



Étude expérimentale du transport en rivière par charriage d'un sédiment bimodal : vers un modèle général du transport à plusieurs tailles de grains

Houssais Morgane

► To cite this version:

Houssais Morgane. Étude expérimentale du transport en rivière par charriage d'un sédiment bimodal : vers un modèle général du transport à plusieurs tailles de grains. Géomorphologie. Institut de physique du globe de paris - IGP, 2013. Français. NNT : . tel-00880876

HAL Id: tel-00880876

<https://theses.hal.science/tel-00880876>

Submitted on 6 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

de

Doctorat de l'Université de Paris Diderot - Paris 7

Mention GÉOPHYSIQUE

par

Morgane HOUSSAIS

Équipe de Dynamique des Fluides Géologiques
Institut de Physique du Globe de Paris

**Étude expérimentale du transport en rivière par
charriage d'un sédiment bimodal : vers un modèle
général du transport à plusieurs tailles de grains**

Soutenue le 12 Février 2013 devant le jury :

M. :	Stéphane	BONNET	Rapporteur
M. :	Philippe	CLAUDIN	Rapporteur
M. :	Philippe	DAVY	Examinateur
M. :	Jérôme	GAILLARDET	Examinateur
Mme. :	Kimberly	HILL	Examinatrice
M. :	Éric	LAJEUNESSE	Directeur de thèse

Remerciements

Avant toute chose je remercie toutes les personnes qui ont apporté à la qualité scientifique de la rédaction cette thèse, à savoir l'ensemble des membres de mon jury et par ailleurs Christophe Josserand et Frédéric Perrier qui m'ont très agréablement et efficacement conseillé lors de mes deux comités de thèse.

Si je devais ne remercier qu'une personne en particulier c'est bien évidemment Eric Lajeunesse, qui est mon « advisor » depuis bon nombre d'années et qui m'a appris, avec une générosité rare, tant de choses. Je suis très fière d'avoir progressé auprès de lui, tant sur les techniques délicates de l'expérimental que sur l'approche fondamentale des problèmes. Enfin, je le remercie profondément de m'avoir transmis sa grande exigence vis à vis du travail de recherche en sciences. J'espère fort qu'elle continuera à m'accompagner dans le futur.

Si je devais ne remercier que quatre personnes.. ce serait la dream team des géomorphologues de l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), à savoir (en plus de mon cher directeur attitré) Olivier Devauchelle, François Métivier et Clément Narteau. Ceux qui ne connaîtraient pas ces quatre mousquetaires de la dynamique des paysages perdent à toute évidence quelque chose d'unique. La tenue et l'énergie des débats (scientifiques et pas que, polis mais pas toujours) que j'ai pu partager avec eux, café après café, repas après repas, bière après bière au cours de ces 4 dernières années et dans des endroits divers et variés où nous conduit parfois la destinée professionnelle (si si), ont été un riche et essentiel complément de formation que je souhaite à tout étudiant en thèse !

À présent je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé professionnellement au cours de cette thèse, à commencer par les ingénieurs et techniciens de l'Équipe de Dynamique des Fluides Géologique (EDFG) de l'IPGP sans qui on n'atteint pas la rigueur fondamentalement nécessaire au travail expérimental : Hélène Bouquerel, Yves Gamblin, Angela Limare, Thierry Rivet et Antonio Viera. Je tiens également à remercier les personnes avec qui j'ai eu la chance de me former au délicat et subtil travail de terrain. Il s'agit de l'équipe de la mission LiDAR sur les lits de rivière de l'île de la Réunion en 2010, Christophe Delacourt, Nathalie Babono, et Marion Jaud, et de l'équipe de la mission « Sismo-Charriage » (voir page 125) dans les Alpes françaises de l'été 2010, Arnaud Burtin, Patrick Meunier et Pauline Soulomiac. Je garde de ces expériences le riche enseignement de l'importance de la confrontation à l'objet naturel, et la joie du travail en équipe dans des contrées idylliques.. qui révèlent pourtant toujours des difficultés terribles qu'il nous faut surmonter à force de débrouillardise. Je suis en tout particulier fière d'appartenir à la (insuffisamment grande) communauté des scientifiques

qui ont tâté ce qu'était la mesure locale de transport par charriage en rivière naturelle. Après ça on déguste mieux de pouvoir faire des manip en labo !

Je tiens à remercier l'ensemble de l'EDFG pour l'ambiance chaleureuse et stimulante que j'ai pu y trouver et en particulier les doctorants et postdoctorants présents ces 4 dernières années avec qui j'ai pu partager rires et angoisses ainsi que de belles discussions de nature scientifique, philosophique, politique et artistique.. quelle chance!!! Mille mercis à Luce, Michal, Maud, Deguo, Fanny, Christelle, Maylis, Grégoire, Pierre, Laure, Hugo, Gao, John, Lv Ping, Alberto, Samuel, Kenny, Adrien, Erika et Gaurav.

Je remercie du fond du coeur tous les amis, qui ont été avec moi dans les bons et les mauvais moments de ces derniers années. Merci à Adrian, Aline, Alexis, Amaya, Andrés, Antoine, Clémentine, Fanny, Fotini, François Ardeven, Fred Crémont, Gabriel, Jabrane, Julie, Jennifer, Mathieu, Maud, Maylis, Olivier, Pauline, Stéphanie.. grâce à vous, votre intelligence, votre humour et votre gentillesse, je suis restée à flot sur mon long fleuve intranquille, voir tempétueux par moment.

Je remercie ma famille, et en particulier mes parents, pour la curiosité, la confiance en mes choix et l'énergie qu'ils ont su m'insuffler. Ça n'a pas de prix.

Enfin, last but not least, je remercie l'état français et le service public pour m'avoir permis de suivre un enseignement de haute qualité à titre quasi gracieux. Par cette occasion, je rend hommage à deux parmi d'autres excellents professeurs, Pascal Favreau et Albert Tarantola, dont j'ai eu la chance de suivre les cours à l'IPGP, et qui nous ont quitté trop tôt. Avec d'autres (que je ne voudrais pas faire rougir ici!), ils m'ont conforté dans l'idée que l'excellence était et devait se transmettre à l'université.

Abstract

Despite several decades of investigations, accounting for the effect of the wide range of grain sizes composing the bed of rivers on bedload transport remains a challenging problem. We investigate this problem by studying experimentally the influence of grain size distribution on bedload transport in the simple configuration of a bimodal sediment bed composed of a mixture of 2 populations of quartz grains of sizes $D_1 = 0.7 \pm 0.1mm$ and $D_2 = 2.2 \pm 0.4mm$, respectively. The experiments are carried out in a tilted rectangular flume inside which the sediment bed is sheared by a steady and spatially uniform turbulent flow. Using a high-speed video imaging system, we focus on the measurement of the two bedload flux components : the average particle velocity and the number of moving particles per unit surface of the bed. These two quantities are measured separately for each population of grains as a function of the dimensionless shear stress (or Shields number) and the fraction of the bed surface covered with small grains. We show that the average velocity and the surface density of moving particles obey the same equations as those reported by *Charru* [2006] for a bed of homogeneous grain size. Once in motion, the grains follow therefore similar laws whether the bed is made of uniform sediment or of a bimodal mixture. This suggests that the erosion-deposition model established by *Lajeunesse et al.* [2010] for a bed of uniform sediment can be generalized to the case of a bimodal one. The only difference evidenced by our experiments concerns the critical Shields number for incipient sediment motion. Above a uniform sediment bed, the latter depends on the particle Reynolds number through the Shields curve [*Shields*, 1936]. In the case of a bimodal bed, our experiments show that the critical Shields numbers of both populations of grains decrease linearly with the fraction of the bed surface covered with small grains. We propose a simple model to account for this observation.

Résumé

Malgré les nombreux travaux menés sur le transport par charriage depuis le siècle dernier, comprendre l'effet de l'interaction des différentes tailles de grains composant le lit des rivières reste une gageure. Au cours de ces travaux nous étudions par l'approche expérimentale l'influence de la distribution des tailles de grains sur le transport par charriage dans la configuration simple d'un lit de sédiment composé de deux tailles de grains uniquement. Ces grains sont en quartz et respectivement de tailles $D_1 = 0.7 \pm 0.1 \text{ mm}$ and $D_2 = 2.2 \pm 0.4 \text{ mm}$. Les expériences ont été réalisées dans un canal inclinable, dans lequel un lit de sédiment est soumis à la force de cisaillement d'un écoulement turbulent, stationnaire et uniforme. Au cours de chacune des expériences on a réalisé un film de la surface du lit à l'aide d'une caméra rapide. Le traitement de ces images nous a permis de mesurer les deux grandeurs qui composent le transport : la vitesse moyenne des particules et le nombre de particules en mouvement par unité de surface. Ces deux quantités ont été estimées séparément pour chacune des deux populations de grains et pour différentes valeurs de contrainte cisailante et de fraction de la surface du lit occupée par des petits grains. Les résultats de cette étude montrent que dans le cas bimodal la vitesse moyenne des grains et le nombre de grains en mouvement par unité de surface, une fois correctement adimensionnés, obéissent aux mêmes lois que celles observées dans le cas d'un lit de composition homogène (d'une seule taille de grains). Cela suggère que le modèle d'érosion-déposition proposé par [Charru, 2006] et établi expérimentalement dans le cas homogène [Lajeunesse et al., 2010], peut être généralisé au cas bimodal. La seule différence observée dans nos expériences de transport bimodal concerne les valeurs des contraintes seuils de mise en mouvement des grains. Celles-ci changent avec la composition du lit, et semblent présenter une décroissance linéaire avec la fraction surfacique de petits grains. Ces résultats nous permettent de proposer un modèle simple de transport de plusieurs tailles de grains.

Table des matières

Table des matières	5
1 Introduction générale : dynamique des paysages et transport en rivière	9
2 État de l’art et problématiques actuelles	13
2.1 Écoulements turbulents sur un fond rugueux	14
2.1.1 Équations moyennes de Navier-Stokes	14
2.1.2 Écoulement sur un plan lisse	15
2.1.3 Écoulement sur un plan rugueux	17
2.1.4 Vitesse cisailante de l’écoulement	18
2.1.5 Contrainte sur le fond d’un écoulement stationnaire uniforme . .	21
2.2 Contrainte seuil de mise en mouvement d’un lit homogène	22
2.2.1 Bilan des forces sur une sphère	22
2.2.2 Évolution de la contrainte seuil avec le nombre de Reynolds . . .	23
2.2.3 Mesure de la contrainte seuil	27
2.3 Loi de transport par charriage d’un lit de granulométrie homogène . . .	28
2.4 Influence de l’état du lit sur le transport	35
2.5 Transport par charriage d’un lit composé de plusieurs tailles de grains .	39
2.5.1 Géométrie d’empilement	39
2.5.2 Transport par charriage d’un lit composé de plusieurs tailles de grains	43
2.5.3 Variation de la contrainte seuil avec la granulométrie	46
2.6 Mesures en rivière naturelle	47
2.6.1 Mesure de la contrainte sur le lit	49
2.6.2 Mesure du transport	50
2.6.3 Mesure des fractions granulométriques	51
2.7 Problématiques actuelles et objectifs de cette thèse	53
3 Protocoles expérimentaux et méthodes d’analyse	57
3.1 Dispositif et protocole expérimental	57
3.2 Mesure de la contrainte de cisaillement	60
3.3 Mesures de la surface du lit	62
3.3.1 Mesure de la fraction surfacique de petits grains	62

3.3.2	Mesure de la rugosité géométrique de la surface du lit	65
3.4	Mesure du flux de sédiment	68
3.4.1	Le flux total	68
3.4.2	Le flux de chacune des populations de grains	68
3.5	Mesure des densités de grains en mouvement	69
3.6	Mesure des vitesses moyennes	72
3.6.1	Méthode de détection et suivi des particules	72
3.6.2	Mesure de la distribution des vitesses instantanées des gros grains	74
3.6.3	Mesure de la distribution des vitesses instantanées des petits grains	77
4	Résultats expérimentaux sur le transport stationnaire uniforme d'un sédiment bimodal	79
4.1	Phénoménologie	81
4.2	Densités de grains en mouvement en fonction du nombre de Shields . . .	83
4.3	Vitesses moyennes des grains en fonction du nombre de Shields	86
4.4	Conclusions	88
5	Contraintes seuils de mise en mouvement pour un lit composé de plusieurs tailles de grains	91
5.1	Mesures expérimentales des contraintes seuils et proposition d'un nouveau formalisme	92
5.1.1	Dépendance des contraintes seuils avec la fraction de petits grains	92
5.1.2	Modèle statistique d'évolution des contraintes seuils	93
5.1.3	Évolution des contraintes seuils pour un jeu de tailles de grains différent	96
5.1.4	Conclusion provisoire	98
5.2	Discussion de nos résultats en regard de l'approche proposée dans la littérature	100
5.3	Discussion de la prédiction des valeurs asymptotiques de contraintes seuils	102
5.3.1	Évolution du coefficient de friction μ avec le rapport des tailles .	103
5.3.2	Le choix d'une géométrie d'empilement	104
5.3.3	Évolution de τ_c^* avec le rapport des tailles	107
5.4	Conclusion et généralisation au cas d'un lit composé de N tailles de grains	108
6	Modèle de transport par charriage dans le cas multimodale	111
6.1	Modèle en érosion-déposition d'un lit de 2 tailles de grains	112
6.2	Discussion du modèle bimodal	115
6.2.1	Transport par charriage bimodal dans le cas stationnaire uniforme	115
6.2.2	Flux massiques de saturation en fonction de la contrainte	116
6.2.3	Évolution du transport avec les fractions surfaciques	118
6.2.4	Transport par charriage bimodal dans le cas non-uniforme	119
6.3	Généralisation au cas d'un lit composé de N tailles de grains	120

7 Conclusions et perspectives	123
7.1 Conclusions générales	123
7.2 Rapprocher études expérimentales et études de terrain	125
7.2.1 Développement de la mesure indirecte par enregistrement sismique	125
7.2.2 Mesure de la granulométrie des rivières	128
7.2.3 Mesure de la rugosité des rivières	129
7.2.4 Diffusion de traceurs dans une rivière	130
7.3 Comprendre la dynamique des patches	133
A Méthodes de détection	135
A.1 Calcul des vitesses instantanées	135
A.2 Préparer un mélange homogène à deux tailles.. dont une colorée!	138
B Mesures du transport à l'échelle du grain	141
B.1 Comptage manuel de la densité de grains en mouvement	141
B.2 Distributions de vitesses et bruit des vagues	144
C Tableau des symboles et notations	149
D Article publié : Bedload transport of a bimodal sediment bed	153
Bibliographie	173

Chapitre 1

Introduction générale : dynamique des paysages et transport en rivière

L'érosion à l'échelle des continents peut être considérée, de façon schématique, comme une réaction en chaîne. Les versants produisent les sédiments. Ces derniers convergent ensuite vers le réseau hydrographique qui assure alors leur transport depuis les zones d'érosion jusqu'aux zones de dépôt dans les bassins océaniques ou intra-continentaux. On estime que 99% de la matière qui s'érode d'une chaîne de montagne transite par les rivières [Allen, 1997]. Les rivières sont donc des agents importants de l'érosion qui contrôlent au premier ordre l'évolution du relief de la Terre.

On peut distinguer trois modes de transport de sédiments en rivière :

- la charge dissoute composée des éléments chimiques issus de l'altération et transportés en solution dans la rivière,
- la charge en suspension i.e. le transport des sédiments suffisamment fins pour être maintenus en suspension dans l'écoulement,
- la charge de fond (ou transport par charriage). Ce mode de transport met en jeu les sédiments les plus grossiers qui restent concentrés au voisinage du lit et avancent par roulements et bonds successifs (ou saltations).

Les mesures de terrain montrent que le transport par charriage représente jusqu'à 60% du flux total de sédiments dans les rivières, et plus particulièrement dans celles de montagne [Dadson *et al.*, 2003; Meunier *et al.*, 2006]. Ce mode de transport contrôle également la morphologie et la dynamique du lit. Comprendre le transport par charge de fond en rivière alluviale est donc un prérequis indispensable pour décrire la dynamique d'exportation de matière hors des bassins et modéliser leur réponse aux variations des forçages externes, d'origine tectonique ou climatique [Dietrich *et al.*, 2003]. C'est

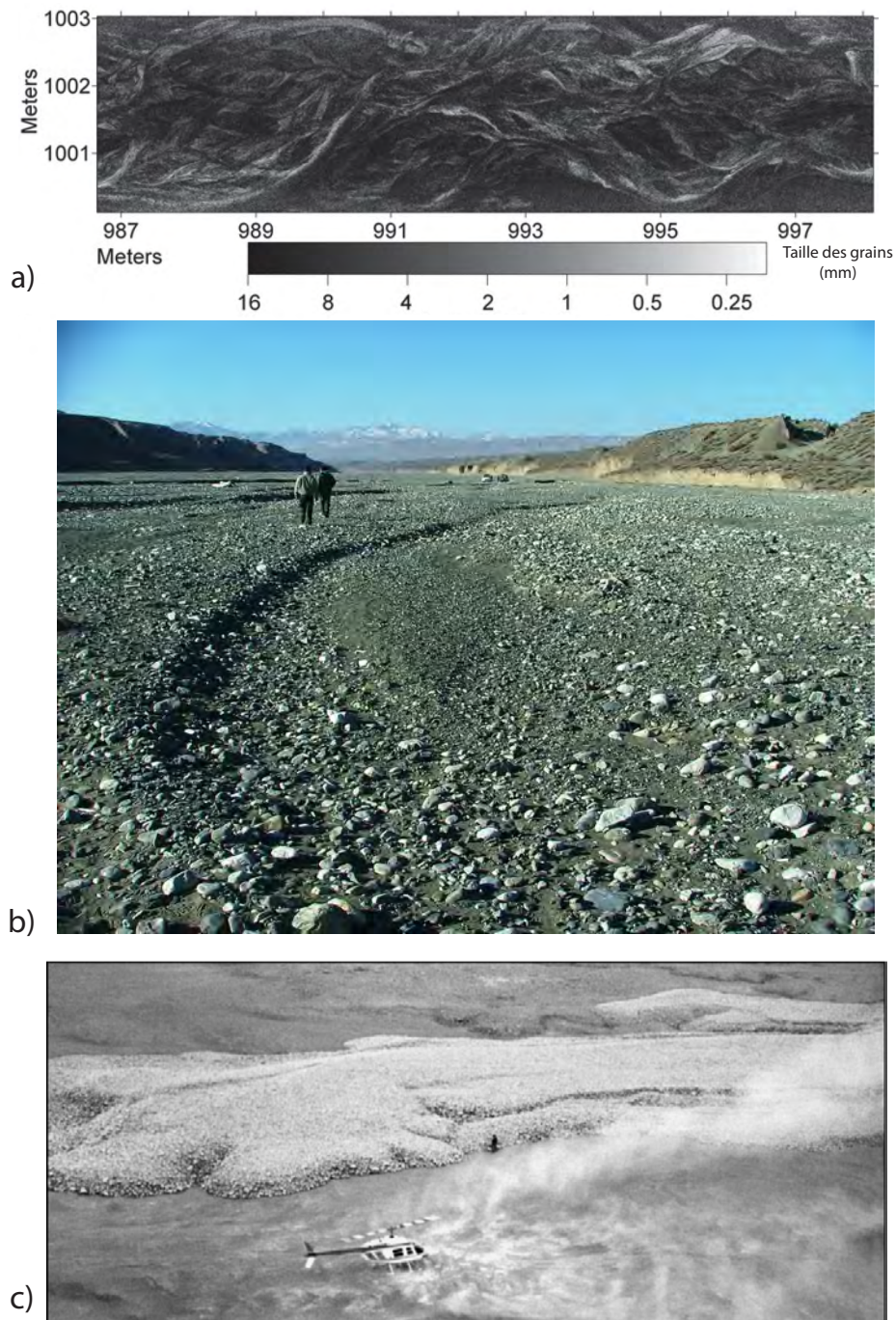


FIGURE 1.1 – a) Vue verticale d'un lit de rivière en tresses réalisé en laboratoire (canal de dimension $3 \times 20\text{m}$) par *Gardner and Ashmore* [2011]. L'échelle de niveau de gris indique la variation de taille des grains à la surface du lit. b) Vue d'un chenal (à sec) de rivière en tresses, avec en son centre une barre de grains plus fins, photo de la rivière Urumi, Tian-Shan, tirée de *Guerit et al.* [Under review]. c) Photo tirée de *Iverson and Vallance* [2001] d'un dépôt pyroclastique fraîchement mis en place au nord du Mont St Helen en 1980.

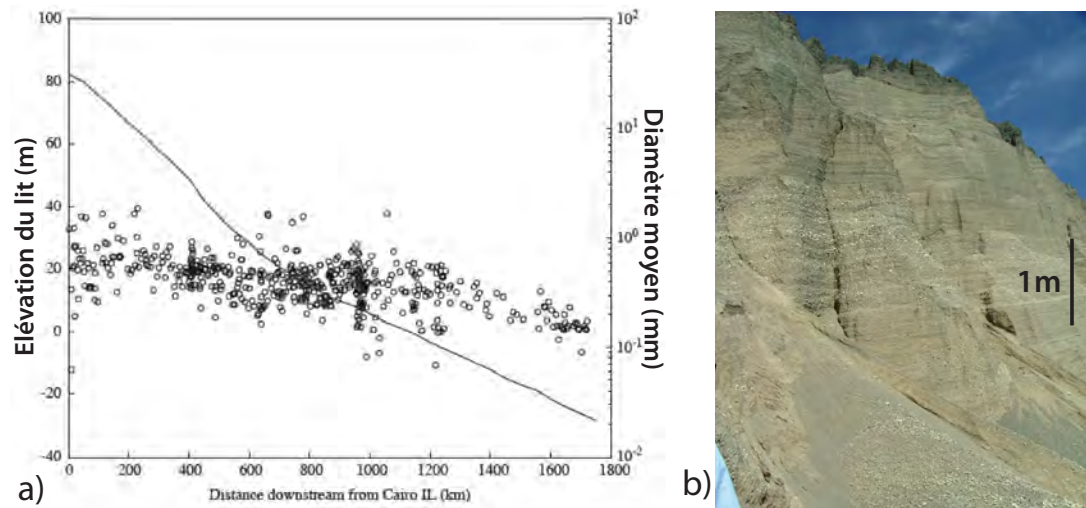


FIGURE 1.2 – a) Évolution du diamètre médian (cercles, axe de droite) des sédiments et de l'élévation du lit (trait plein, axe de gauche) le long du cours du Mississippi. Figure tirée de *Wright and Parker [2005]*. b) Vue en coupe de dépôts de sédimentaires issus du transport en rivière passé. Rivière Kui-Tan, Tian-Shan.

également une étape nécessaire vers une meilleure compréhension des conditions de formation des morphologies alluviales, et par conséquent, vers une meilleure interprétation de leur signification géologique : L'abandon d'une terrasse par une rivière est-il toujours la signature d'un changement de forçage externe ? Quels sont les paramètres qui font qu'une rivière forme des tresses plutôt que des méandres ? À quelle vitesse une rivière incise-t-elle son lit ?

Malgré plus d'un siècle de recherches consacrées à ce sujet, la prédiction théorique du flux de matière en charge de fond reste difficile [*Turowski et al.*, 2010]. Des travaux récents ont permis d'asseoir la physique du transport par charriage à l'échelle des grains dans le cas idéal d'un lit de sédiment composé d'une seule taille [*Charrau et al.*, 2004; *Lajeunesse et al.*, 2010]. Mais il reste notamment à comprendre l'effet sur le transport de la forte hétérogénéité en taille des sédiments qui composent le lit des rivières naturelles.

Les mécanismes responsables de la distribution des tailles de grains au sein d'une rivière constituent par ailleurs un élément important pour déchiffrer les dépôts sédimentaires qui enregistrent de la dynamique, actuelle et ancienne, des paysages.

À petite échelle, la granulométrie est corrélée à la morphologie du lit du chenal, et il est commun d'observer un phénomène de tri granulométrique à la surface des lits de rivières (voir figures 1.1a et b). Ce phénomène de ségrégation granulométrique a été mis

en évidence et étudié dans le cas de la dynamique des coulées de débris [*Pouliquen and Vallance, 1999*](voir figure 1.1c). En revanche on connaît encore mal les mécanismes à l'œuvre concernant les motifs formés en surface des rivières.

À plus grande échelle (celle du bassin versant), les variations de granulométrie le long de la rivière (voir figure 1.2a) dépendent de la pente, du débit et de la quantité de sédiments injectés dans la rivière par les versants [*Parker, 1991*]. Les variations de granulométrie dans les dépôts sédimentaires alluviaux (voir figure 1.2b) sont donc un enregistrement des conditions climatiques et tectoniques passées [*Paola et al., 1992; Armitage et al., 2011*].

À ce jour, la description de l'influence de la composition granulométrique des sédiments sur la dynamique de la rivière s'appuie uniquement sur des lois établies le plus souvent empiriquement à partir de mesures de transport par charriage obtenues en laboratoire. Les données de terrain, quand elles existent, sont rarement en accord avec ces lois [*Gomez and Church, 1989; Turowski et al., 2010*]. Pire encore, les lois de transport ajustées aux données acquises dans une rivière particulière ne sont généralement pas transposables aux autres rivières [*Parker et al., 1982*].

L'objectif de cette thèse est d'étudier le transport par charriage d'un mélange de plusieurs tailles de grains. Nous avons choisi d'appréhender ce problème par une approche expérimentale systématique. Pour cela, la configuration de nos expériences est volontairement simplifiée par rapport au cas naturel afin de pouvoir appréhender la physique du processus à l'échelle du grain.

Chapitre 2

État de l'art et problématiques actuelles

L'étude du transport par charriage d'un sédiment de plusieurs tailles se confronte à la fois à des difficultés conceptuelles quant à l'appréhension des mécanismes à l'œuvre, et d'autre part à des difficultés d'ordre métrologique. Dans ce chapitre, nous dresserons l'état des connaissances actuelles sur ce sujet en présentant les résultats majeurs qui éclairent son analyse. Nous verrons ainsi où persistent les interrogations quant à la physique du processus de transport, et quels sont les aspects de la description même du transport encore objets de discussion.

Dans un premier temps, nous présenterons brièvement ce que l'on sait des écoulements turbulents sur un fond rugueux, et discuterons de l'estimation de la contrainte cisailante sur le fond. Il est primordial de connaître cette grandeur pour discuter quantitativement du transport par charriage ; or celle-ci est délicate à obtenir.

Nous détaillerons ensuite les concepts généraux du transport par charriage, en commençant par le cas le plus étudié du transport d'un lit de sédiment homogène. Puis nous dresserons l'état de l'art concernant le transport à plusieurs tailles. Enfin, nous présenterons les techniques de mesures du transport les plus communément employées sur le terrain.

En conclusion de ce chapitre, nous énoncerons quelles sont pour nous les problématiques importantes à l'heure actuelle et par conséquent les objectifs spécifiques de notre étude.

2.1 Écoulements turbulents sur un fond rugueux

2.1.1 Équations moyennes de Navier-Stokes

On raisonnera ici dans le cadre d'un fluide incompressible, c'est-à-dire dont la masse volumique ρ est constante en temps et en espace. Appelons $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ le vecteur vitesse de l'écoulement. Les lois de conservation qui régissent la dynamique des écoulements de fluides incompressibles sont la conservation de la masse

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 , \quad (2.1)$$

et la conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} , \quad (2.2)$$

avec p la pression à l'intérieur du fluide, $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes visqueuses, et \mathbf{f} la résultante des forces externes par unité de volume.

Dans le cas des écoulements turbulents, on effectue classiquement une décomposition de la vitesse

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i , \quad i = 1, 2, 3 , \quad (2.3)$$

où $\overline{u_i}$ sont les composantes de la vitesse moyennées en temps, et u'_i les composantes fluctuantes¹. Ces dernières peuvent être d'amplitude importante en régime turbulent, mais leurs moyennes en temps tombent à zéro par définition.

On prend à présent la moyenne des lois de conservations (2.1) et (2.2) en appliquant cette décomposition du terme \mathbf{u} . On trouve alors, en projetant dans la direction i , $i = 1, 2, 3$:

$$\nabla \cdot \overline{u_i} = 0 , \quad (2.4)$$

$$\rho \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \rho(\overline{u_j} \cdot \nabla) \overline{u_i} + \overline{(u'_j \cdot \nabla) u'_i} = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot \overline{\sigma_{ij}} + \overline{f_i} . \quad (2.5)$$

La conservation moyennée du mouvement pour le cas d'un fluide incompressible est généralement reformulée – après quelques manipulations – de la façon suivante [Guyon *et al.*, 2001]

$$\rho \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \rho(\overline{u_j} \cdot \nabla) \overline{u_i} = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot (\overline{\sigma_{ij}} - \rho \overline{(u'_j u'_i)}) + \overline{f_i} , \quad i = 1, 2, 3 . \quad (2.6)$$

1. L'ensemble des notations de ce manuscrit est repris dans le tableau C, p. 151.

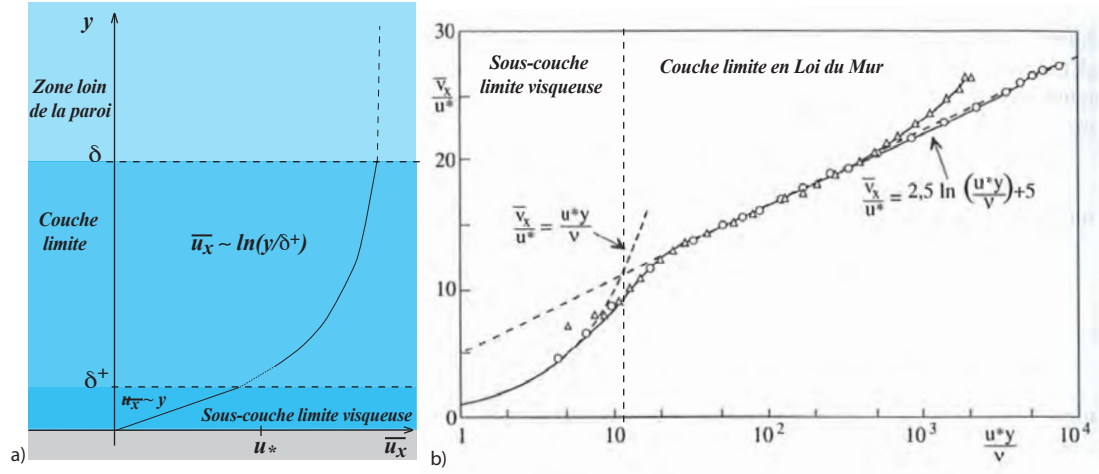


FIGURE 2.1 – a) Vue schématique du profil de la vitesse moyenne $\bar{u}_x = f(y)$, dans le cas d'un semi-plan infini. b) Données expérimentales de vitesses moyennes en fonction de y , obtenues en tube circulaire (\circ) et sur un plan (Δ) par Patel [1965], comparées avec les lois proposées dans cette section (équations (2.8) et (2.13)). Figure tirée de Guyon et al. [2001].

On peut voir dans l'équation (2.6) qu'on peut exprimer la contrainte moyenne dans le régime turbulent comme

$$\overline{\tau_{ij}} = \overline{\sigma_{ij}} - \overline{\rho u'_i u'_j}. \quad (2.7)$$

Le terme $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ s'interprète comme la capacité de diffusion de quantité de mouvement par les fluctuations de vitesses de l'écoulement. Il a la dimension d'une contrainte et est appelé contrainte turbulente. Dans un écoulement où la turbulence est développée, cette contrainte turbulente devient le premier facteur de diffusion de la quantité de mouvement. En domaine visqueux au contraire, il devient très faible devant les contraintes visqueuses.

2.1.2 Écoulement sur un plan lisse

Nous considérerons ici l'écoulement d'un fluide de hauteur et largeur infinies au-dessus d'un plan lisse. De ce fait, on raisonnera dans un référentiel à deux dimensions (x, y) , x indiquant la direction longitudinale de l'écoulement, et y la direction transverse. Pour estimer le profil de vitesse dans l'écoulement, nous allons étudier le cas spécifique d'un écoulement stationnaire et uniforme dont la hauteur tend vers l'infini. L'écoulement doit donc satisfaire deux conditions limites :

- Au niveau du contact avec le mur, la vitesse s'annule : $u_x(y = 0, x) \equiv 0$.

- En $y \rightarrow +\infty$, la vitesse $\overline{u_x}$ est invariante selon y .

Dans ces conditions le nombre de Reynolds, $Re = \rho U H / \mu$ (avec U et H la vitesse et la hauteur moyenne de l'écoulement) tend vers l'infini, de sorte que l'écoulement moyen est turbulent.

La figure 2.1a présente le schéma du profil vertical de vitesse $\overline{u_x} = f(y)$ généralement observé en laboratoire. On peut diviser ce profil en plusieurs sections qui correspondent aux zones où l'écoulement est gouverné par différents facteurs.

L'écoulement est pleinement turbulent dès lors qu'on se situe assez loin de la paroi. En revanche, à mesure que l'on s'approche du fond, c'est le nombre de Reynolds local, $Re(y) = \rho \overline{u_x}(y) y / \mu$ qui domine le régime d'écoulement. Or, on note que celui-ci est fonction de y , c'est-à-dire qu'il décroît à mesure qu'on s'approche du fond. Aussi, on observe toujours à proximité de la paroi une couche où l'écoulement devient gouverné par les forces visqueuses. Ce qui revient à dire que dans cette partie de l'écoulement, $0 < Re(y) < Re_c$, où Re_c est le nombre de Reynolds critique pour lequel la contrainte turbulente commence à être plus importante que la contrainte visqueuse. L'épaisseur de cette couche, appelée δ^+ , est directement reliée à Re_c par $\delta^+ = \nu Re_c / \overline{u_x}(\delta^+)^2$. L'écoulement dans cette couche est donc de type écoulement de Couette, avec une contrainte de vitesse nulle fixée en $y = 0$ et une vitesse égale à $\overline{u_x}(\delta^+)$ en δ^+ . On a ainsi un gradient de vitesse constant sur l'épaisseur δ^+

$$\frac{\partial \overline{u_x}}{\partial y} = \text{Cste} = \frac{\tau_{xy}}{\mu} . \quad (2.8)$$

Ainsi, la contrainte cisailante sur le fond, τ , peut être estimée directement à partir de ce profil de vitesse dans la couche limite visqueuse δ^+ . On définit par ailleurs la vitesse caractéristique u_* d'un profil de vitesse sur une paroi telle que $\tau \equiv \rho u_*^2$. Généralement, on pose que la valeur de $\overline{u_x}$ en $y = \delta^+$ est la vitesse caractéristique u_* ; ce qui permet de définir une longueur verticale caractéristique de l'écoulement : $\delta^+ = \nu / u_*$ (voir figure 2.1a).

D'autre part, lorsque $y \gg \delta^+$, l'écoulement devient turbulent. Reste donc à déterminer la forme du profil de vitesse dans la région intermédiaire, qui n'est plus dominée par les forces visqueuses mais qui ressent encore la condition à la paroi, ce pourquoi on l'appelle la couche limite de l'écoulement (voir figure 2.1a). L'expérience montre que cette zone débute plutôt aux alentours de $10\delta^+$, et que celle ci présente une tendance logarithmique. Si à présent on reprend l'équation moyennée (2.6), dans les conditions

2. On introduit ici $\nu = \mu / \rho$ la viscosité cinématique.

stationnaire et uniforme ($\partial/\partial t = 0$ et $\partial/\partial x = 0$), et pour une inclinaison faible de la paroi, on trouve dans la direction x

$$\rho \overline{u_y} \frac{d\overline{u_x}}{dy} \simeq \frac{d\tau_{xy}}{dy} \quad , \quad \tau_{xy} = \sigma_{xy} - \rho \overline{u'_x u'_y} . \quad (2.9)$$

Il n'est pas possible de résoudre exactement cette équation différentielle, car on ne sais pas décrire le terme de contrainte turbulente dans cette approche moyennée. En revanche, car nous sommes dans le cas uniforme, on a $\overline{u_y} = 0$ par symétrie de l'écoulement moyen. Donc, on a

$$\tau_{xy} = Cste = \rho u_*^2 . \quad (2.10)$$

Aussi, cette zone de l'écoulement ne présente qu'une seule échelle de vitesse : $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$. Or, comme elle ne présente d'autre part qu'une seule échelle de longueur, y , on ne peut poser dimensionnellement qu'un seul profil vertical de vitesse

$$\frac{d\overline{u_x}}{dy} \sim \frac{u_*}{y} . \quad (2.11)$$

Cette relation correspond au transfert de la quantité de mouvement du gradient vertical de la vitesse à la capacité de cisaillement sur le fond u_* [Batchelor, 2001].

Cela conduit à trouver la loi logarithmique, ou classiquement appelée loi du Mur

$$\overline{u_x} = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right) , \quad (2.12)$$

avec κ la constante de Von Kármán, égale à 0.41, et y_0 une constante d'intégration. Dans le cas où l'écoulement se fait sur un fond lisse, y_0 est proportionnelle à δ^+ . Aussi, dans ce cas précis, on peut écrire

$$\overline{u_x} = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{y u_*}{\nu} \right) + Cste . \quad (2.13)$$

2.1.3 Écoulement sur un plan rugueux

Nous allons à présent discuter de la forme du profil de vitesse sur fond rugueux, ce qui veut dire que la hauteur caractéristique de la rugosité est supérieure à δ^+ . Dans ce cas, le point où l'on place $y = 0$ devient une question en soit. La figure 2.2a présente le schéma du cas d'un fond rugueux régulier qu'on considère ici.

Le graphe de la figure 2.2b présente des mesures du paramètre y_0 , réalisées par Nikuradse [1933] à partir de mesures de profils de vitesse d'écoulement sur des fonds de différentes rugosités. On observe que ce paramètre y_0 est une fonction de l'élévation

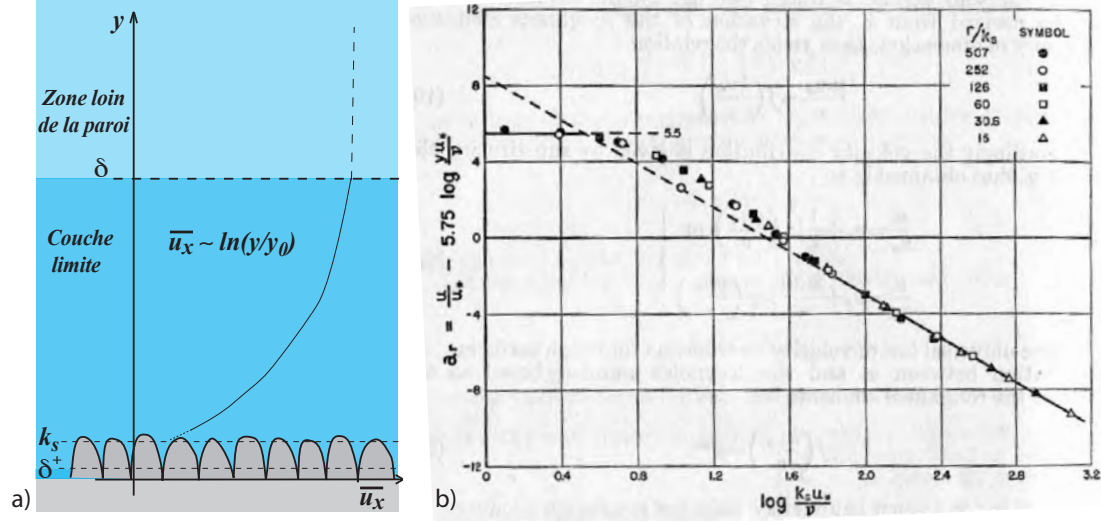


FIGURE 2.2 – a) Vue schématique du profil de la vitesse moyenne $\bar{u}_x = f(y)$, dans le cas d'un semi-plan infini à fond rugueux. b) Évolution du paramètre $-\ln(u_* y_0 / \nu)$ avec le nombre de Reynolds formé avec la rugosité estimée k_s et la vitesse caractéristique u_* . Figure tirée de *Keulegan* [1938], à partir des données expérimentales d'écoulements sur lit de grains de *Nikuradse* [1933].

moyenne de la rugosité, k_s^3 , dès lors que celle-ci est plus importante que δ^+ . En effet, dans le régime rugueux⁴, on observe la relation linéaire

$$y_0 \propto k_s. \quad (2.14)$$

Ainsi, dans le cas d'un lit de rivière composé de grains de diamètre moyen D , le nombre D/δ^+ est un paramètre déterminant pour estimer l'impact du fond sur le profil de vitesse de l'écoulement. Du fait de la définition de δ^+ , on appelle ce nombre le nombre de Reynolds particulière : $Re_* = u_* D / \nu$. Lorsque $Re_* \gg 1$, les grains sur le fond sont alors en prise avec la partie turbulente de l'écoulement. Au contraire lorsque $Re_* \ll 1$ les grains sont pris dans la partie laminaire de l'écoulement, la sous-couche d'épaisseur δ^+ .

2.1.4 Vitesse cisailante de l'écoulement

Revenons à présent à l'estimation de la contrainte sur le fond dans le cas des rivières. Quelle que soit la rugosité, l'équation (2.12) montre que la vitesse u_* est l'échelle caracté-

3. Pour un lit plat composé d'une seule taille de grains de diamètre D , on a $k_s \propto D$.

4. C'est-à-dire, à la lecture de la figure 2.2, pour $\log(k_s u_* / \nu) > 1$, soit $k_s > 65 u_* / \nu$.

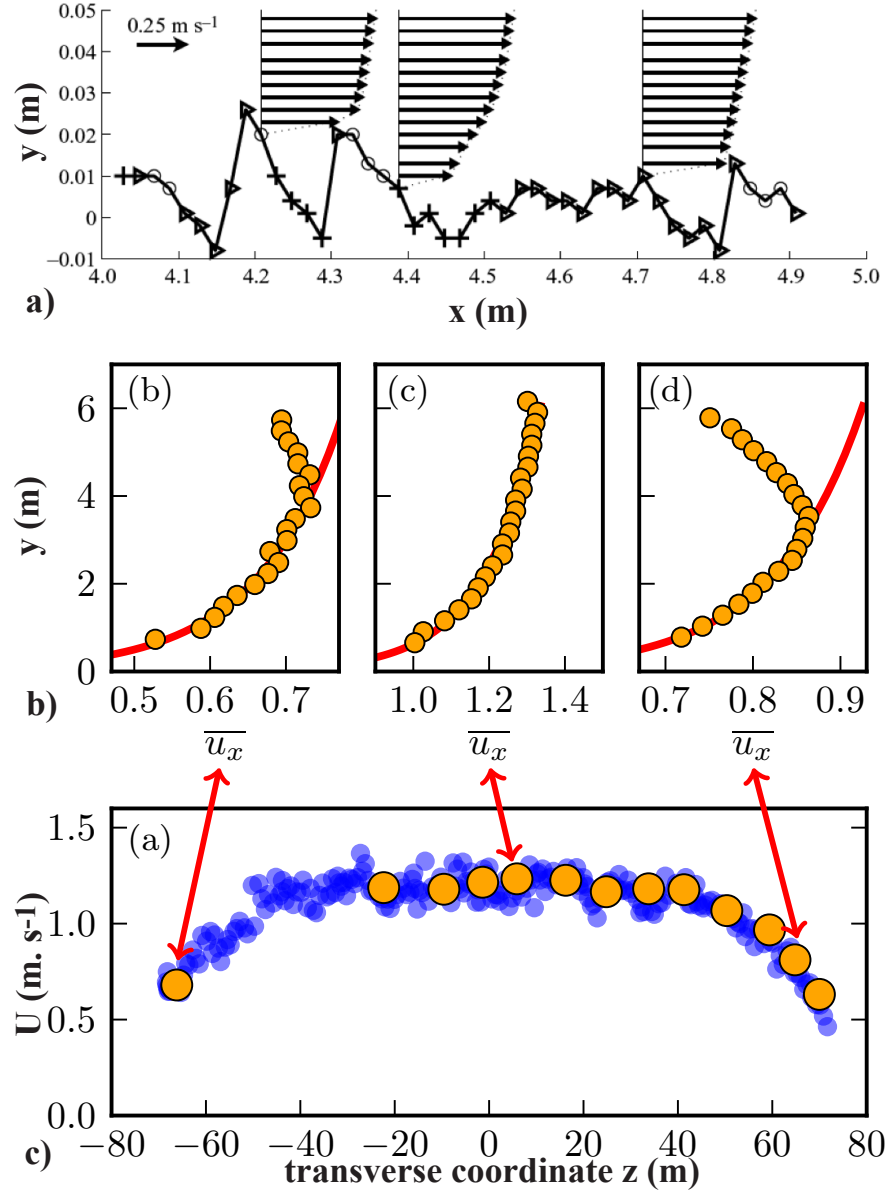


FIGURE 2.3 – a) Différents profils de vitesse réalisés en laboratoire par *E. Mignot et al.* [2008], à l'aide d'un ADVP (Acoustic Doppler Velocity Profiler) sur un lit rugueux, composé de grains grossiers de diamètre $D \sim 2 \text{ cm}$. Le rapport H/D dans ces expériences est compris entre 5 et 10. b) Profils de vitesses moyennes mesurés dans la Seine (Paris, France) à l'aide d'un ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler) en trois points de la largeur du fleuve. c) Mesures de la vitesse moyenne dans la largeur de la Seine; les symboles bleus sont des moyennes effectuées en espace (sur la hauteur de la colonne d'eau), tandis que les symboles oranges sont des moyennes en espace et temps (sur ~ 10 min). Figure issue de *Chauvet et al.* [Under Review].

ristique du profil de la vitesse $\overline{u_x}$. Aussi, on peut extraire la valeur de u_* de l'ajustement d'une mesure de profil de vitesse, et donner une estimation de la contrainte cisailante sur le fond en posant $\tau = \rho u_*^2$.

Cela étant, il est important de se rappeler de l'ensemble des hypothèses qui ont été faites pour arriver au résultat de l'équation (2.12). En particulier on suppose que l'écoulement est stationnaire, uniforme et de hauteur et largeur infinies. La figure 2.3 illustre trois phénomènes fréquemment observés dans les cours d'eaux naturels, qui vont à l'encontre de ces hypothèses.

- La figure 2.3a présente des données de vitesses et de topographie du fond obtenues en laboratoire par *E.Mignot et al.* [2008]. Dans ces expériences, la rugosité du fond est produite par des graviers de diamètre moyen égal à 2cm. On peut ainsi constater comment la forme du profil de vitesse peut fluctuer du fait de variations locales de la topographie du lit ⁵.
- Les figures 2.3b et 2.3c présentent des mesures de vitesses réalisées dans la Seine à Paris. Dans ce cas, le nombre de Reynolds particulière est très faible et la rugosité du fond ne perturbe pas la forme du profil. En revanche, on constate l'importance des effets de bord sur la forme du profil, qui se manifestent par la présence de tourbillons transverses de chaque côté du fleuve [*Chauvet et al.*, Under Review].
- La figure 2.3b présente aussi l'observation courante d'une diminution de la vitesse à l'approche de la surface libre (profil du centre). L'influence de cette condition limite sur la forme du profil de vitesse n'est pas prise en compte dans les modèles discutés précédemment.

Ainsi, il n'est en fait pas trivial de déduire la vitesse cisailante u_* qui s'applique sur le fond à partir des profils verticaux de $\overline{u_x}$ mesurés dans un cours d'eau naturel.

Enfin, on notera qu'une autre façon d'estimer la contrainte sur le fond à partir de la mesure de la vitesse est d'écrire

$$\tau \equiv \rho u_*^2 = C_f \rho U^2, \quad (2.15)$$

avec C_f un coefficient intégrant l'ensemble des effets de friction sur l'écoulement. Cette relation est de fait purement empirique, et on observe une importante gamme de valeurs de C_f pour les écoulements naturels [*Recking et al.*, 2008] ⁶, il est donc délicat de s'en

5. Ce problème émerge dès lors que les objets qui composent le lit sont de tailles importantes vis-à-vis de δ^+ , mais également lorsque se forment des motifs (rides, dunes..) sur le lit [*Fourriere et al.*, 2010].

6. Les valeurs du coefficient de friction dans les rivières sont communément dérivées de la relation

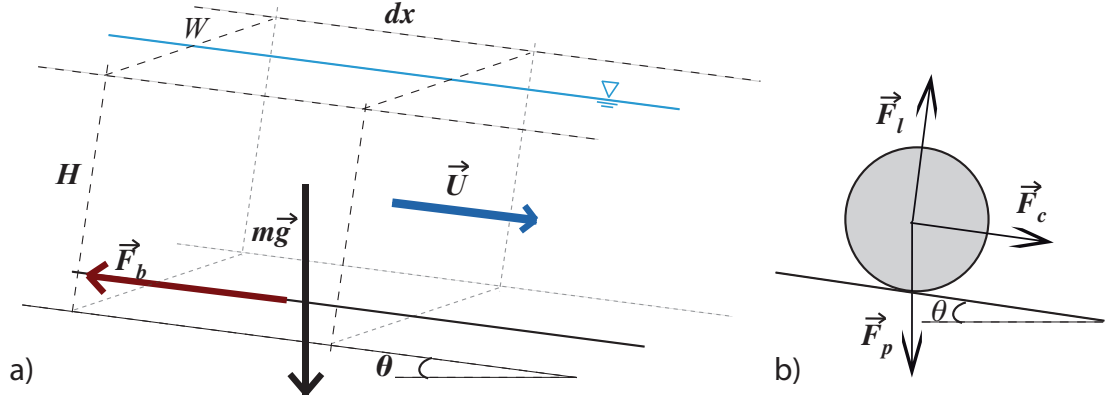


FIGURE 2.4 – a) Vue schématique de la géométrie du bilan de forces sur la colonne d'eau de hauteur H et largeur W , s'écoulant sur une pente d'angle θ . b) Vue schématique des forces qui s'appliquent sur une particule sphérique immergée dans un écoulement.

servir de façon prédictive.

2.1.5 Contrainte sur le fond d'un écoulement stationnaire uniforme

La contrainte ne peut être correctement estimée que dans le cas d'un écoulement stationnaire uniforme. Etant donné ce cadre très strict, un autre raisonnement à l'échelle macroscopique peut être utilisé. On peut en effet estimer la contrainte, par un simple bilan des forces pour une rivière de forme rectangulaire (ce qui s'applique particulièrement bien en laboratoire), comme présenté figure 2.4a. En posant W la largeur de l'écoulement, on peut exprimer la force de friction sur la surface de longueur dx entre le fond et l'écoulement comme le poids de la colonne d'eau. On a donc

$$F_b = mg \sin \theta , \quad (2.16)$$

soit

$$\tau(W + 2H)dx = (\rho HW dx)g \sin \theta , \quad (2.17)$$

avec g la gravité, et θ l'angle de la paroi avec la vertical. Soit dans l'approximation des faibles pentes $\sin \theta \simeq \tan \theta = S$

$$\tau = \rho g R_h S , \quad (2.18)$$

avec $R_h = HW/(W + 2H)$ le rayon hydraulique.

(2.29), soit des mesures de U d'une part, et des mesures de τ d'autre part.

2.2 Contrainte seuil de mise en mouvement d'un lit homogène

Nous allons maintenant présenter ce que l'on sait aujourd'hui de la physique du transport par charriage, c'est-à-dire comment se comporte le flux de sédiment transporté q_s en fonction de la contrainte τ de la rivière.

2.2.1 Bilan des forces sur une sphère

On considère une particule sphérique immobile reposant sur le fond d'une rivière (ou d'un canal), de diamètre D et de masse volumique ρ_s . La figure 2.4b schématise les différentes forces qui s'exercent sur celle-ci. Tout d'abord, la force de son poids immergé

$$\mathbf{F}_p = c_p(\rho_s - \rho)D^3 \mathbf{g} , \quad (2.19)$$

avec c_p un coefficient géométrique – égal à $\pi/6$ pour le cas d'une particule parfaitement sphérique.

La force d'entraînement exercée par le fluide sur la particule est le résultat de l'intégration des contraintes sur la surface du grain en contact avec l'écoulement. Dimensionnellement, on peut écrire

$$\mathbf{F}_c = c_c \tau D^2 \mathbf{e}_t , \quad (2.20)$$

avec τ la contrainte cisailante de l'écoulement sur le fond (définie section 2.1), c_c un coefficient dont la valeur résulte de calcul exact d'intégration, et \mathbf{e}_t le vecteur unitaire orienté dans la direction de l'écoulement.

Enfin la force de portance due au gradient de pression dans l'écoulement ressenti par la particule

$$\mathbf{F}_l = F_l \mathbf{e}_n , \quad (2.21)$$

avec \mathbf{e}_n le vecteur unitaire normal à la direction de l'écoulement.

La particule reste immobile tant que la somme des forces tangentielles ne dépasse pas la force de friction. Plus exactement, on définit le coefficient de friction macroscopique μ , tel que, au seuil de mise en mouvement du grain, on a : $F_T = \mu \cdot F_N$. Avec F_T et F_N les sommes respectives des composantes normales et tangentielles des forces qui s'exercent sur le grain. Le coefficient μ va lui dépendre notamment des propriétés de la surface du matériau. Au seuil de mise en mouvement, on a

$$\frac{F_c + F_p \sin \theta}{F_p \cos \theta - F_l} = \mu , \quad (2.22)$$

où θ est l'angle de la pente moyenne de la surface de support de la particule.

L'équation (2.22) permet de calculer la contrainte seuil

$$\tau_c^* = \frac{c_p}{c_c} \mu \left(\cos \theta - \frac{F_l}{F_p} \right) - \frac{c_p}{c_c} \sin \theta , \quad (2.23)$$

où

$$\tau^* = \frac{\tau}{F_p/D^2} = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gD} , \quad (2.24)$$

est la contrainte cisailante adimensionnée, aussi appelée nombre de Shields.

Si on se place à présent dans la configuration de faible pente⁷, on peut simplifier l'équation (2.23) en posant $\sin \theta \simeq 0$, soit

$$\tau_c^* = \frac{c_p}{c_c} \mu \left(1 - \frac{F_l}{F_g} \right) . \quad (2.25)$$

2.2.2 Évolution de la contrainte seuil avec le nombre de Reynolds

Pour calculer la valeur de la contrainte seuil de mise en mouvement, il faut pouvoir prédire la valeur des différents éléments qui composent l'équation (2.25). Or, plusieurs d'entre eux sont fonctions des conditions d'écoulement et de la taille de la particule considérée.

On a présenté dans la section précédente le nombre de Reynolds particulière $Re_* = u_* D / \nu$, ou autrement dit le rapport D/δ^+ . Ainsi, selon la valeur de Re_* , le grain considéré est immergé dans un écoulement de type laminaire ($Re_* \ll 1$), ou bien de type turbulent ($Re_* \gg 1$)⁸. Nous allons ici détailler ces deux cas extrêmes.

À basses valeurs de Re_* , les forces inertielles sont faibles devant les forces visqueuses et la force de portance peut être négligée, ce qui entraîne

$$\tau_c^* \approx \frac{c_p}{c_c} \mu . \quad (2.26)$$

Les coefficient c_p et c_c sont deux coefficients géométriques, aussi le rapport de leur

7. On obtient alors une formulation de la contrainte seuil indépendante de la pente θ . Bien sur, dès lors qu'on augmente sensiblement la pente, on retrouve, pour diverses raisons (notamment le changement d'organisation du lit de sédiment), une dépendance de τ_c^* avec θ [Lamb et al., 2008]. Mais dans ce manuscrit nous ne rentrerons pas dans ces considérations, car nous ne cherchons pas à traiter le cas des torrents.

8. Re_* est la grandeur caractéristique qu'il est coutume d'employer dans la littérature pour discuter de l'évolution du seuil de mise en mouvement des grains. Cela étant, il est nécessaire d'être prudent quant à cette utilisation, car Re_* et τ_c^* , composés chacun de u_* , sont ainsi reliés par $\tau_c^* \propto Re_*^2$, à D et ν fixés.

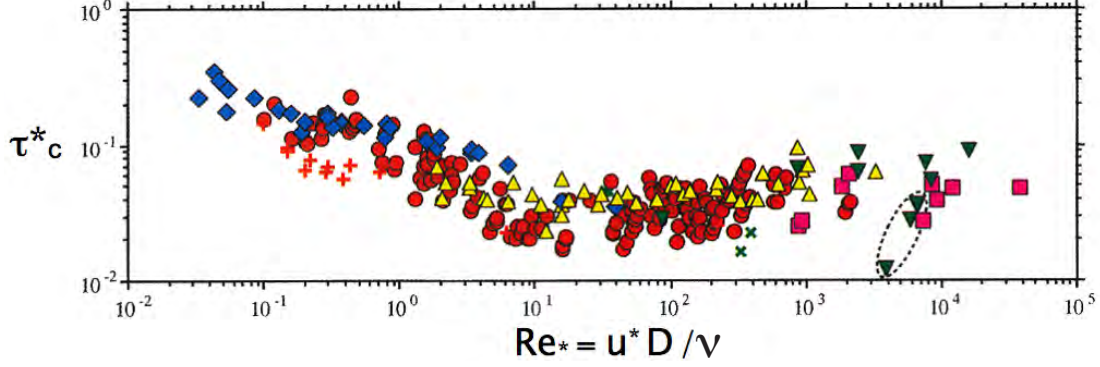


FIGURE 2.5 – Compilation de données de mesures de la contrainte seuil d'un lit de granulométrie homogène en fonction du nombre de Reynolds de particule. Les symboles bleus - issus d'expériences réalisées en condition d'écoulement laminaire - et rouges sont des données obtenues par détermination visuelle, les symboles verts et jaunes par la définition d'un transport de référence, les symboles roses enfin, sont obtenues par ajustement de la courbe de transport. Figure tirée de *Buffington and Montgomery* [1997].

valeurs est de l'ordre de 1. Ainsi, dans le cas particulier de billes de verres sphériques – $\mu \approx 0.35$ [Andreotti et al., 2011] – posées sur un plan lisse, on trouve comme ordre de grandeur

$$\tau_c^* \approx 1 \times 0.35 \approx 0.35 . \quad (2.27)$$

Cette valeur est cohérente avec les données de la littérature, mesurées en conditions laminares en laboratoire. Elles sont représentées par les losanges bleus sur la figure 2.5 [Buffington and Montgomery, 1997] .

À grandes valeurs de Re_* , la force de portance sur le grain devient importante. On peut relier celle-ci à l'énergie cinétique de l'écoulement moyen, soit en posant

$$F_l = C_l \rho U^2 D^2 , \quad (2.28)$$

avec U la vitesse moyenne de l'écoulement, et C_l un coefficient de proportionnalité⁹. Par ailleurs, la contrainte cisailante adimensionnée s'écrit comme (cf équation 2.15)

$$\tau^* = \frac{u_*^2}{RgD} = \frac{C_f U^2}{RgD} . \quad (2.29)$$

9. Dans le cas turbulent, une description complète du champs de vitesse au voisinage de la particule est nécessaire pour la calculer. À ce jour, ce n'est pas réalisé pour le cas d'un écoulement au voisinage d'une particule posée sur un fond dont la rugosité est de l'ordre de la taille de la particule [Lee and Balachandar, 2012].

avec C_f le coefficient de friction de l'écoulement sur le fond¹⁰, et $R = (\rho_s - \rho)/\rho$.

La combinaison des équations (2.24), (2.25), (2.28) et (2.29) permettent d'exprimer le contrainte cisailante adimensionnée comme

$$\tau_c^* = \frac{c_p}{c_c} \frac{\mu}{1 + \mu C_l/C_f} . \quad (2.30)$$

Dans cette formulation, μ , c_c et c_p sont des paramètres reliés aux propriétés de la surface et à la forme de la particule. Le coefficient C_f présente pour sa part une gamme de valeurs dans la littérature, de l'ordre de 0.01 (voir figure 2.6b). En revanche les coefficients c_c , et C_l dépendent également du nombre de Reynolds.

La figure 2.6a présente la tendance du coefficient c_c avec le nombre de Reynolds observée en laboratoire. Ces mesures ont été réalisées en étudiant l'écoulement en amont et aval d'un cylindre de diamètre D , placé au milieu de l'écoulement de vitesse moyenne U . Aussi, dans ce cas de figure il n'y a pas d'ambiguïté quant à la définition du nombre de Reynolds au niveau de l'objet étudié : $Re = UD/\nu$.

Trois particularités sont à observer sur cette courbe :

- À bas Reynolds, le coefficient c_c se comporte comme une fonction inverse du nombre de Reynolds.
- À haut Reynolds, le coefficient c_c tend à être constant^{11 12}.
- À très haut nombre de Reynolds (aux environs de 10^5), on observe une chute locale de c_c , due au phénomène de décollement de la sous-couche visqueuse.

On ne peut pas en toute rigueur utiliser ces valeurs de c_c pour le cas de grain posé sur un lit de sédiment. Premièrement car il n'est pas trivial de définir le nombre de

10. Les formulations en ρU^2 sont une façon de s'affranchir de toute la complexité liée à la turbulence, dont nous ne savons pas résoudre les équations localement. Elles sont toujours vérifiées, mais ont comme défaut que tous les effets que l'on cherche à étudier dans notre système complexe grains-fluide sont alors compris dans les variations des paramètres C_f et C_l .

11. Un simple raisonnement dimensionnel permet d'expliquer ces deux cas asymptotiques représentés par les lignes rouge et bleue sur la figure 2.6a. D'une part, on a la relation (2.29) et d'autre part, à bas nombre de Reynolds on écrit la force cisailante comme une force diffusive, soit

$$\tau = C_f \rho \frac{\nu}{D} U . \quad (2.31)$$

Ainsi, la continuité de ces deux relations implique dans le domaine visqueux ($Re \ll 1$) : $C_f = f(Re) \propto 1/Re$. Tandis qu'à très haut nombre de Reynolds ($Re \gg 1$), C_f tend vers une constante, estimée par la vitesse limite de chute de l'objet dans le fluide considéré.

12. Il faut noter toutefois que les données expérimentales qui ont servi à construire la courbe de la figure 2.6a présentent une dispersion importante. La mesure de C_f varie en effet sensiblement selon les conditions expérimentales et la rugosité de la surface du matériau utilisé [Tritton, 1988].

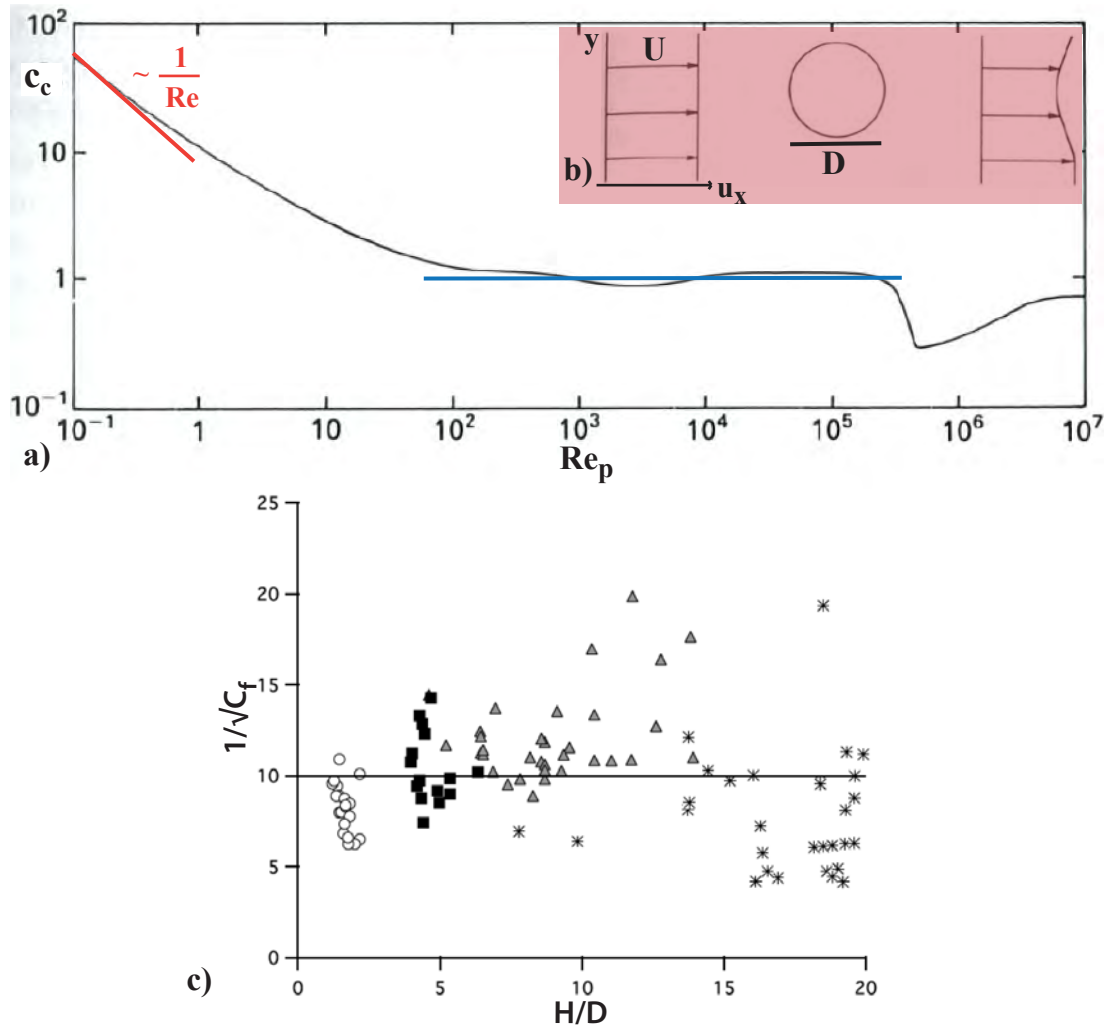


FIGURE 2.6 – a) Evolution du coefficient c_c (mesuré pour un cylindre de diamètre D soumis à un écoulement moyen de vitesse U) avec le nombre de Reynolds $Re = DU/\nu$. Le tracé noir passe par l'ensemble des jeux de données réalisés. Les deux tendances correspondant aux cas de bas et haut Reynolds sont représentées respectivement en rouge et bleu. b) Schéma représentant qualitativement le profil de vitesse en amont et en aval du cylindre. Figures tirées de *Tritton* [1988]. c) Données de coefficients de friction C_f pour différentes valeurs de H/D . Les ronds, carrés et triangles représentent respectivement des valeurs obtenues en laboratoire par *Lajeunesse et al.* [2010], pour $D = 1.15, 2.2$ et 5.5mm . Les étoiles correspondent à des valeurs de rivières naturelles (North Saskatchewan River, Elbow River, Oak Creek, et Sagehen River), extraites des bases de données de *Brownlie* [1981] et *Bagnold* [1980]. Figure tirée de *Lajeunesse et al.* [2010].

Reynolds à l'échelle de ce grain, et secondement car il l'est encore moins de mesurer c_c de façon équivalente au protocole évoqué par la figure 2.6b. Toutefois, si on considère les valeurs de nombre de Reynolds particulière estimées avec la vitesse u_* , elles sont de l'ordre de $10^1 - 10^4$ pour les particules charriées dans les rivières. Cela nous incite à penser que ce coefficient varie peu et est de l'ordre de 1 pour le cas naturel.

Le coefficient de la force de portance C_l varie également de façon significative avec le nombre de Reynolds. Des expériences ont été menées dans le domaine laminaire ($0.01 < Re < 10$), mais l'étude de la portance à plus haut nombre de Reynolds a été réalisée principalement par modélisation numérique [Zeng *et al.*, 2009; Lee and Balachandar, 2012]. Dans le cas particulier où la particule étudiée est posée sur la paroi, ces travaux estiment des valeurs de C_l du même ordre de grandeur que c_c pour une particule au voisinage d'un mur. Pour cette raison, on considérera dans la suite de ce manuscrit que le rapport C_l/c_c est généralement proche de 1.

Ainsi, dans le cas particulier d'une bille de verre sphérique posée sur un plan lisse, et en supposant qu'on se situe à des nombres de Reynolds où $c_c \approx C_l \approx 1$, on trouve comme ordre de grandeur à l'équation (2.30)

$$\tau_c^* \approx 1 \frac{0.35}{1 + 0.35 \times 1/0.01} \approx 0.01 . \quad (2.32)$$

Cette valeur est cohérente avec la gamme de valeurs mesurées dans la littérature (voir figure 2.5). Cela étant, on constate une dispersion importante des données de contrainte seuil obtenues en laboratoire et dans la nature. Cette dispersion peut s'expliquer par la dispersion importante des données de C_f et C_l . Par ailleurs, un fond formé d'un lit de sédiments – même d'une seule taille – est une condition bien plus complexe qu'une paroi lisse. Aussi, il est probable qu'il existe pour un lit donné, non pas une valeur de contrainte seuil mais une gamme de valeurs correspondant à la gamme des configurations géométriques possibles. Cet aspect sera discuté plus longuement dans la partie 2.4.

Enfin, la mesure de la contrainte seuil est de fait difficile à réaliser expérimentalement, et il existe de surcroît plusieurs protocoles de mesures employés dans la littérature. Nous allons les présenter brièvement.

2.2.3 Mesure de la contrainte seuil

La revue faite par Buffington and Montgomery [1997] présente de façon exhaustive l'ensemble des données accumulées au cours du dernier siècle. En résumé, il existe trois grandes approches pour mesurer la contrainte seuil, qui s'appuient sur des concepts

notablement différents.

En conditions d'observation optimum, c'est-à-dire généralement en laboratoire, un grand nombre d'auteurs ont mesuré le seuil par observation visuelle. Cela consiste à augmenter progressivement la contrainte et à noter la valeur de la contrainte au premier mouvement observé. Cette méthode, de fait, est dépendante pour beaucoup des conditions de la mesure (durée et surface d'observation [Charru *et al.*, 2004], définition du « premier mouvement », fréquence d'observation, etc.), et si plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de mesure standards [Wilcock, 1988], il n'en existe pas encore de communément utilisées.

Une autre méthode est de fixer une valeur de transport adimensionné de référence, en deçà de laquelle on considère qu'on a atteint le seuil. Cette méthode procède donc par interpolation des mesures de valeurs supérieures et inférieures à cette valeur de référence [Parker *et al.*, 1982; Ashworth *et al.*, 1992]. Cette approche permet ainsi d'obtenir une contrainte seuil à partir d'une mesure systématique sur les courbes de transport. Cette mesure présente toutefois le défaut de dépendre directement du choix de la valeur de ce transport de référence.

Enfin, on peut mesurer la contrainte seuil en extrapolant une courbe de transport vers 0. Cette approche repose sur le principe que la valeur au seuil influence l'ensemble de la fonction. Cela permet de réduire sensiblement l'erreur sur la mesure à condition que le jeu de données soit de qualité. En revanche, extrapoler implique qu'on ait une idée exacte de la forme de la fonction, sans cela, il est aisé de biaiser la mesure par un mauvais préconçu théorique.

2.3 Loi de transport par charriage d'un lit de granulométrie homogène

Le transport par charriage a la particularité de présenter un comportement intermittent, au sens où les grains transportés ne sont pas continûment en mouvement sur le lit, mais présentent des phases d'arrêt à la surface du lit. On peut écrire le flux de transport de sédiment q_s à l'échelle des grains de façon non-équivoque comme le produit de grandeurs statistiques

$$q_s = \delta v \, n \, V , \quad (2.33)$$

avec n le nombre de grains en mouvement par unité de surface ($[n] = L^{-2}$), V la vitesse moyenne de ces particules en mouvement et δv le volume individuel d'un grain. Pour prédire q_s , il faut donc comprendre comment n et V dépendent des paramètres de l'écoulement et du lit.

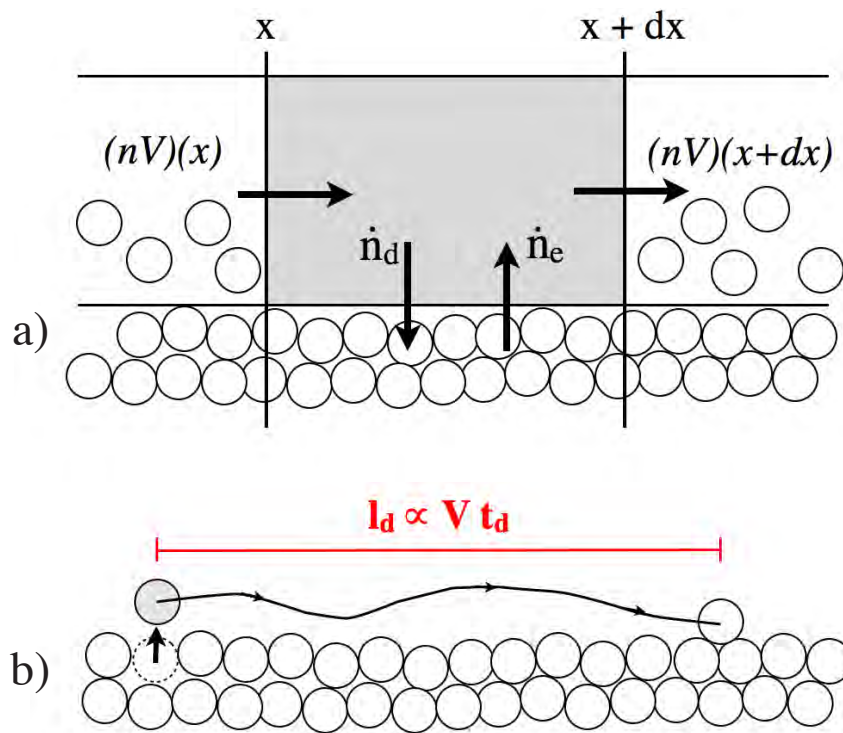


FIGURE 2.7 – a) Schéma de la conservation du nombre de grains en mouvement exprimée par l'équation (2.34) dans le volume grisé (volume par unité de largeur), soit sur l'épaisseur de la couche de grains charriée et la longueur dx . b) Représentation de la longueur de déposition l_d d'un grain qui vient d'être érodé du lit dans le cas du transport en rivière.

On peut alors décrire le transport de grains charriés en écrivant la conservation du nombre de grains en mouvement sur une longueur dx (soit le volume grisé de la figure 2.7a)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \dot{n}_e - \dot{n}_d - \frac{\partial(nV)}{\partial x} , \quad (2.34)$$

avec \dot{n}_e le taux d'érosion des grains, soit le nombre de grains arrachés du lit par unité de surface et unité de temps, et \dot{n}_d le taux de déposition des grains, soit le nombre de grains déposés sur le lit par unité de surface et unité de temps. Cette modélisation en érosion-déposition a été élaborée et testée en laboratoire par *Charru et al.* [2004] dans le cas laminaire, puis par *Lajeunesse et al.* [2010] dans le cas turbulent.

Taux d'érosion

Le taux d'érosion peut être défini comme

$$\dot{n}_e = \frac{m}{t_e} , \quad (2.35)$$

avec m le nombre de grains au repos sur le lit par unité de surface. Dans le cas d'un lit à une seule taille de grains, on a $m \approx 1/D^2$. t_e est le temps caractéristique d'érosion, soit le temps qu'il faut pour mettre en mouvement un grain statique.

Statistiquement, on peut poser qu'au bout d'un pas de temps Δt , le grain atteint une vitesse ΔV , telle qu'il est entraîné par la force F_c . Cela équivaut à écrire le bilan

$$\rho_s D^3 \frac{\Delta V}{\Delta t} \propto F_c . \quad (2.36)$$

On postule ici que t_e est ce temps nécessaire pour qu'un grain immobile soit entraîné par la force de cisaillement, et que la vitesse caractéristique qu'il atteint alors, est de l'ordre de sa vitesse de sédimentation dans le fluide, V_s . On obtient donc

$$\rho_s D^3 \frac{V_s}{t_e} = c_e (\tau - \tau_c) D^2 , \quad (2.37)$$

avec c_e un coefficient de proportionnalité (contenant notamment c_c). En reprenant les équations (2.37) et (2.24), on peut alors écrire le taux d'érosion comme

$$\dot{n}_e = c_e m \frac{\rho}{\rho_s} \frac{V_s}{D} (\tau^* - \tau_c^*) . \quad (2.38)$$

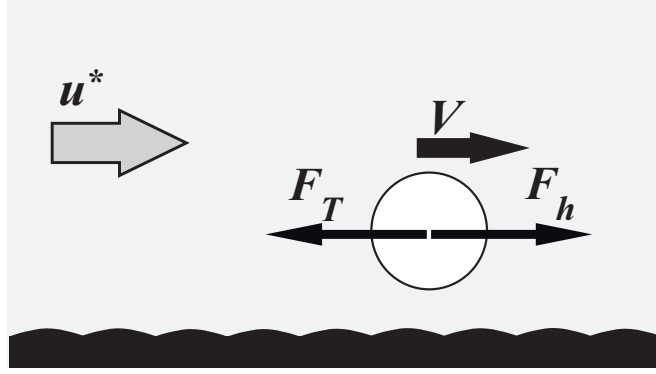


FIGURE 2.8 – A proximité du fond, la vitesse moyenne de l'écoulement u^* engendre une force de trainée hydrodynamique F_h sur le grain. La vitesse V de celui-ci résulte de l'équilibre de cette force avec la perte de quantité de mouvement lors des interactions entre le grain en mouvement et les grains formant le lit.

Soit, en posant $V_s = \sqrt{RgD}$

$$\dot{n}_e = c_e m \frac{\rho}{\rho_s} \sqrt{\frac{Rg}{D}} (\tau^* - \tau_c^*) \quad . \quad (2.39)$$

Taux de déposition

De façon analogue, le taux de déposition peut être défini comme

$$\dot{n}_d = \frac{n}{t_d} \quad , \quad (2.40)$$

avec t_d le temps caractéristique de déposition des particules n en mouvement sur le lit. L'expérience de suivi de particules charriées en canal montre que le temps de vol moyen des particules est strictement proportionnel à D/V_s [Lajeunesse et al., 2010]. Si l'on considère que t_d est commensurable avec le temps de vol, alors on peut écrire

$$\dot{n}_d = c_d \frac{n V_s}{D} \quad , \quad (2.41)$$

avec c_d un coefficient de proportionnalité qui inclue l'ensemble des détails de second ordre de l'hydrodynamique durant le vol.

Vitesse moyenne des particules charriées

Si on considère un grain en mouvement au dessus du lit, sa vitesse moyenne résulte de l'équilibre entre la force de trainée hydrodynamique F_h exercée sur la particule et

la quantité de mouvement perdue lors des interactions (collision, friction,..) avec le lit (voir figure 2.8). *Bagnold* [1973] a montré que cette dernière peut être modélisée par une force de friction proportionnelle au poids. On a donc

$$F_h = \mu_e F_p , \quad (2.42)$$

où μ_e est un coefficient de friction effective. Ainsi, on a

$$c_h \rho D^2 (U_{eff} - V)^2 = \mu_e D_i^3 (\rho_s - \rho) g , \quad (2.43)$$

avec c_h un coefficient de proportionnalité, et U_{eff} la vitesse du fluide effectivement ressentie par la particule, que l'on exprime généralement sous la forme [*Bagnold*, 1973]

$$U_{eff} = \gamma u_* , \quad (2.44)$$

où γ est une constante de l'ordre de 1.

En termes de contrainte adimensionnée, on obtient alors

$$\frac{V - V_c}{V_s} = \alpha \left(\sqrt{\tau^*} - \sqrt{\tau_c^*} \right) , \quad (2.45)$$

avec α un coefficient de proportionnalité – contenant c_h , μ_e et γ – et V_c la valeur de la vitesse des grains au seuil de mise en mouvement. Les mesures expérimentales, et plus récemment les simulations numériques [*Durán et al.*, 2012], montrent en effet que les vitesses de grains admettent une vitesse non-nulle à $\tau^* = \tau_c^*$, comme le montre la figure 2.9a. Cette observation est cohérente avec le fait que le seuil de mise en mouvement entraîne un phénomène d'hysteresis autour de la valeur de la contrainte seuil [*Francis*, 1973; *Abbott and Francis*, 1977]. Concrètement, cela signifie qu'un grain dont on provoque la mise en mouvement sur le fond à $\tau^* = \tau_c^*$ présente un déplacement non-nul dans le sens de l'écoulement.

La valeur de α dépend de la configuration expérimentale. Dans le cas des expériences de suivi de grains transportés sur un lit fixe, on trouve $\alpha \approx 13 \pm 0.5$ [*Abbott and Francis*, 1977; *Lee and Hsu*, 1994]; tandis que les expériences réalisées sur un lit érodable conduisent à des valeurs de coefficients $\alpha \approx 5 \pm 0.5$ [*Nino and Garcia*, 1994; *Lajeunesse et al.*, 2010]. On peut comprendre cela par le fait que la déperdition d'énergie lors des chocs entre le grain en mouvement et le lit est plus grande pour un lit meuble que pour un lit fixe.

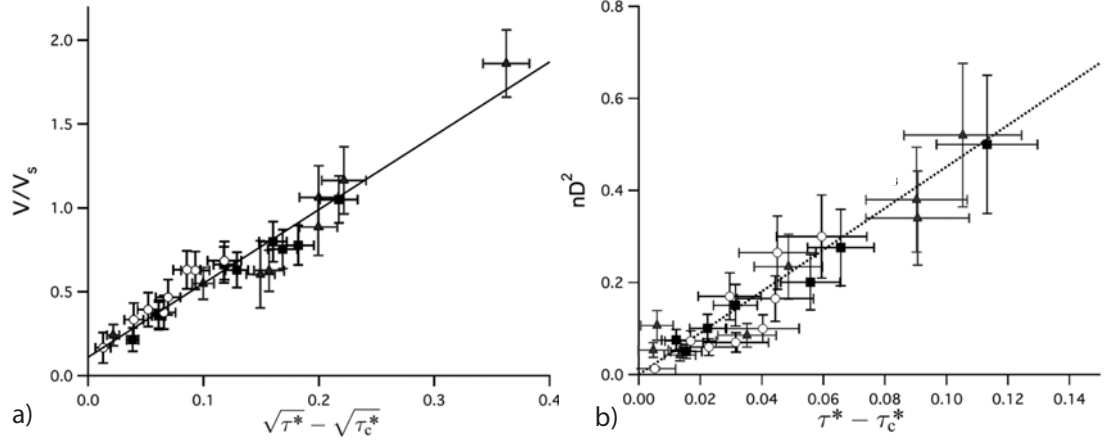


FIGURE 2.9 – a) Ensemble des données de vitesses adimensionnées en fonction de $(\sqrt{\tau^*} - \sqrt{\tau_c^*})$ et b) ensemble des données de nombres de grains en mouvement adimensionnés en fonction de $(\tau^* - \tau_c^*)$ pour des lits de sédiments formés de grains de tailles $D = 1.15(\blacktriangle)$, $2.2(\blacksquare)$, et $5.5\text{mm}(\circ)$. Figures tirées de *Lajeunesse et al.* [2010].

Densité de grains en mouvement en régime stationnaire uniforme

Dans le cas particulier du régime de transport stationnaire uniforme, on peut réécrire très simplement l'équation (2.34) comme

$$\dot{n}_e = \dot{n}_d . \quad (2.46)$$

Ce qui amène en reprenant les équations (2.38) et (2.41) à établir la densité de grains en mouvement stationnaire uniforme, ou densité saturée n_{sat} , comme

$$n_{sat} = m \frac{c_e}{c_d} \frac{\rho}{\rho_s} (\tau^* - \tau_c^*) . \quad (2.47)$$

Lajeunesse et al. [2010] retrouvent cette loi expérimentalement avec $c_e/c_d = 12.2 \pm 0.5$. Cette relation est présentée figure 2.9b. On notera que ce résultat confirme l'hypothèse faite concernant le temps caractéristique d'érosion, pour obtenir l'équation (2.37).

Dans ce cadre conceptuel, deux nouveaux nombres sans dimension se dégagent donc pour parler du transport de sédiment

$$n^* = \frac{n}{m} = nD^2 , \quad (2.48)$$

soit le nombre de grains en mouvement normalisé par le nombre de grains statiques sur

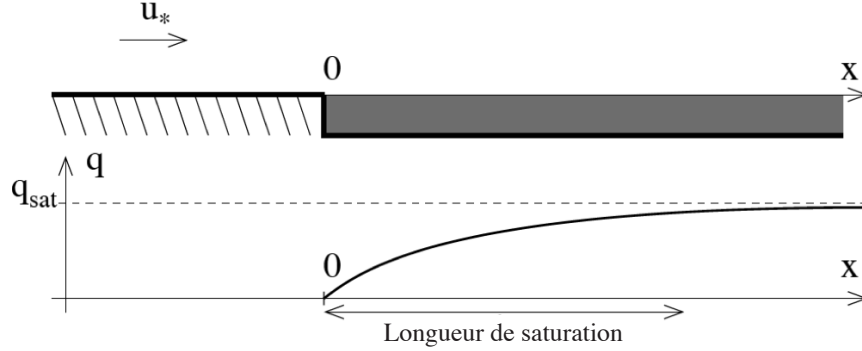


FIGURE 2.10 – Schéma représentant l'évolution du flux de sédiment à partir d'un point $x = 0$ où un écoulement, stationnaire et uniforme, arrive sur un lit de sédiment érodable. Figure tirée de *Andreotti et al.* [2002].

le lit pour une surface donnée. Et

$$V^* = \frac{V}{V_s} = \frac{V}{\sqrt{RgD}} \quad (2.49)$$

la vitesse moyenne des grains normalisée par leur vitesse caractéristique V_s de sédimentation dans le fluide. Ainsi, en combinant les équations (2.33), (2.45) et (2.47), on trouve le flux de transport adimensionné dans le cas d'un écoulement stationnaire uniforme

$$q_s^* \propto n^* V^* = c \frac{\rho}{\rho_s} (\tau^* - \tau_c^*) (\sqrt{\tau^*} - \sqrt{\tau_c^*} + V_c^*), \quad (2.50)$$

avec

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{RgD^3}}, \quad (2.51)$$

et avec c un coefficient de proportionnalité contenant la géométrie du grain et les coefficients α , c_e et c_d .

Longueur de saturation

Compte tenu des expressions de \dot{n}_e et \dot{n}_d (équations (2.38) et (2.40)), et de l'expression de n_{sat} donnée par l'équation (2.47), on peut réécrire, sous certaines hypothèses¹³,

13. En particulier l'hypothèse que la vitesse V est directement à l'équilibre avec la contrainte locale, du fait de la faible inertie du mouvement des particules dans le fluide.

la conservation de la masse dans le cas stationnaire

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} = \frac{q_{s,sat} - q_s(x)}{l_d}, \quad (2.52)$$

avec $q_{s,sat} = n_{sat} \cdot V$ la valeur de saturation du flux, c'est-à-dire la valeur de celui-ci pour une contrainte donnée, dans les conditions stationnaire et uniforme. La longueur l_d est appelée longueur de saturation et correspond à la distance caractéristique sur laquelle le flux s'adapte à un changement de contrainte (voir figure 2.10). Elle est commensurable avec la longueur moyenne des vols des particules.

Connaître cette longueur pour un mécanisme de transport de sédiment donné est un enjeu essentiel afin de comprendre le développement de formes (rides, dunes, etc) à la surface du lit [Andreotti *et al.*, 2002; Devauchelle *et al.*, 2010]. Ce phénomène se produit en effet pour la plupart des systèmes sédimentaires naturels, des déserts aux bords de mer, en passant par le fond des fleuves.

Cette longueur de saturation se définit différemment selon la valeur du rapport ρ_s/ρ . En effet, pour le cas de transport éolien ($\rho = \rho_{air}$, soit une forte valeur de ρ_s/ρ), les études ont montré que cette longueur était alors proportionnelle à $D\rho_s/\rho_{air}$ [Andreotti *et al.*, 2002; Durán *et al.*, 2012]¹⁴. Pour le cas du transport en rivière (ρ/ρ_s de l'ordre de 1) l_d est directement proportionnelle à $t_d \cdot V$ (voir figure 2.7b), et donc, selon l'équation (2.45), l_d est proportionnelle à $\sqrt{\tau^*} - \sqrt{\tau_c^*}$, ce qui a été vérifié expérimentalement par Lajeunesse *et al.* [2010].

2.4 Influence de l'état du lit sur le transport

Il ressort des sections précédentes que la détermination de la contrainte seuil reste aujourd'hui le point fondamental pour parvenir à prédire le transport par charriage d'un sédiment homogène. Or, l'état du lit peut influencer sur la valeur de la contrainte seuil.

Charru *et al.* [2004] ont étudié ce phénomène en mesurant expérimentalement le nombre de particules transportées au cours du temps, pour des conditions d'écoulement fixées. Ces expériences ont été réalisées dans un dispositif fermé en anneau, dans lequel un écoulement laminaire ($0 < Re_* \leq 0.3$) cisaille un lit de particules sphériques (voir figure 2.11a). La figure 2.11b présente le résultat de leurs expériences en ce qui concerne l'épaisseur h de la couche de sédiment normalisée par la taille des grains, soit un indicateur du degré de compaction de la couche. On constate qu'elle décroît, de façon non-affine, avec le temps adimensionné, pour tendre vers une valeur constante.

14. Dans ce cas de figure, la longueur de saturation est alors donnée par la distance caractéristique d'accélération des particules.

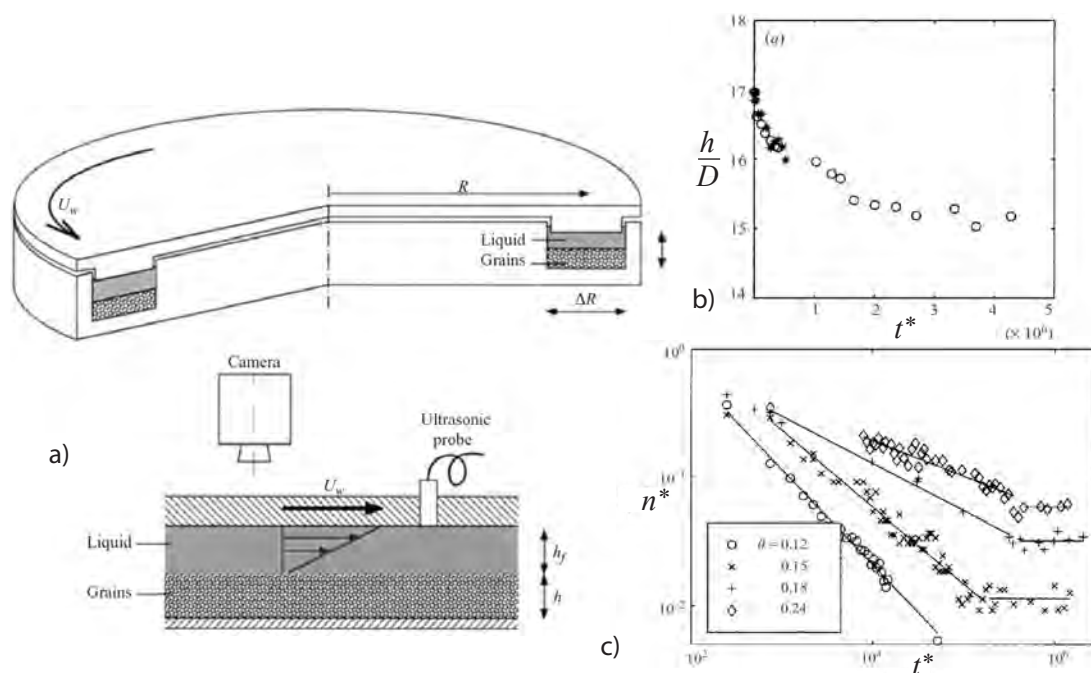


FIGURE 2.11 – a) Schéma du dispositif expérimental utilisé par Charru *et al.* [2004], vu en coupe transverse (en haut) et longitudinale (en bas). b) Évolution de l'épaisseur de la couche de sédiment, normalisée par le diamètre des particules, en fonction du temps adimensionné t^* . c) Évolution du nombre de particules en mouvement adimensionné en fonction du temps adimensionné pour différentes valeurs du nombre de Shields : (\circ) $\tau^* = 0.12$, (\times) 0.18 , ($+$) 0.15 et (\diamond) 0.24 .

La figure 2.11c présente le nombre de particules en mouvement en fonction du temps adimensionné. On constate que pour quatre nombres de Shields différents, le nombre de grains en mouvement décroît pour atteindre un palier après un temps donné, soit une valeur de saturation¹⁵. Plus la contrainte cisailante est faible, plus ce nombre de grains en mouvement saturé est faible. Enfin, en dessous d'une certaine valeur critique du nombre de Shields, le nombre de grains mis en mouvement saturé tombe à zéro.

Cette expérience démontre qu'il n'existe pas une valeur de transport pour une contrainte d'écoulement donnée, mais bien une gamme de valeurs, qui correspondent chacune à un état différent d'arrangement du lit. Les auteurs proposent pour expliquer ce phénomène un modèle simple d'évolution de la surface du lit, en posant que celui-ci est composé d'un nombre pré-établi de « creux » de la taille d'une particule. En supposant qu'une particule tombée dans un de ces creux ne peut en ressortir, les auteurs

¹⁵. Notez que le terme de saturation revêt ici une signification tout à fait différente de celle utilisée dans la partie 2.3.

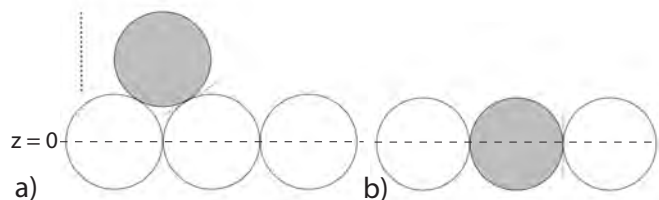


FIGURE 2.12 – Vue schématique en 2 dimensions des configurations extrêmes de la position d'une particule sur un lit unimodal. a) « Perchée » et b) « rangée », soit à la position minimale de son barycentre $z = 0$. Les pointillés noirs indiquent la protrusion du grains dans l'écoulement, les pointillés rouges l'angle de contact entre la particule considérée et celle qui la côtoie.

proposent alors un modèle probabiliste pour expliquer le comportement observé de n^* au cours du temps et du nombre de Shields.

Considérons à présent ces résultats d'un point de vue de la géométrie en surface. Dans une représentation simple en 2 dimensions, on peut borner le problème par les deux configurations extrêmes : une particule donnée à la surface du lit peut à l'instant t se trouver soit dans une configuration « perchée », soit dans une configuration « rangée » (voir figure 2.12). L'état « rangé » impliquant une probabilité beaucoup plus faible d'être érodé puis transporté, et ainsi de contribuer à la valeur de n^* . Aussi, si l'on considère - comme le suggèrent les observations de *Charru et al.* [2004] et les raisonnements qu'ils développent - que la fréquence sur le lit de l'état « perché » s'amenuise dans le temps au profit de celle de l'état « rangé », alors, n^* décroît mécaniquement avec le temps. On peut alors imaginer qu'il existe deux contraintes seuils sur le lit expliquant la physique du transport : la contrainte seuil permettant d'éroder les particules perchées sur d'autres, et celle, plus élevée, permettant d'éroder les particules dans leur état énergétique le plus faible, c'est-à-dire à leur position minimale $z = 0$ (voir figure 2.12).

La réalité est probablement qu'il existe un continuum de positions et ainsi d'organisations géométriques entre les grains et de degrés d'exposition des grains à l'écoulement. Les mesures de contraintes seuils récemment acquises sous écoulement laminaire par *Agudo and Wierschem* [2012] illustrent tout à fait ce propos. Leur dispositif permettant de régler de façon très précise l'écartement entre les grains formant le lit de sédiment, il a permis de relier précisément la mesure de τ_c^* à la géométrie de la surface du lit et à sa densité (c'est-à-dire l'espace inter-grains en surface). La figure 2.13b présente la variation de τ_c^* en fonction de l'organisation géométrique à la surface du lit. Il est

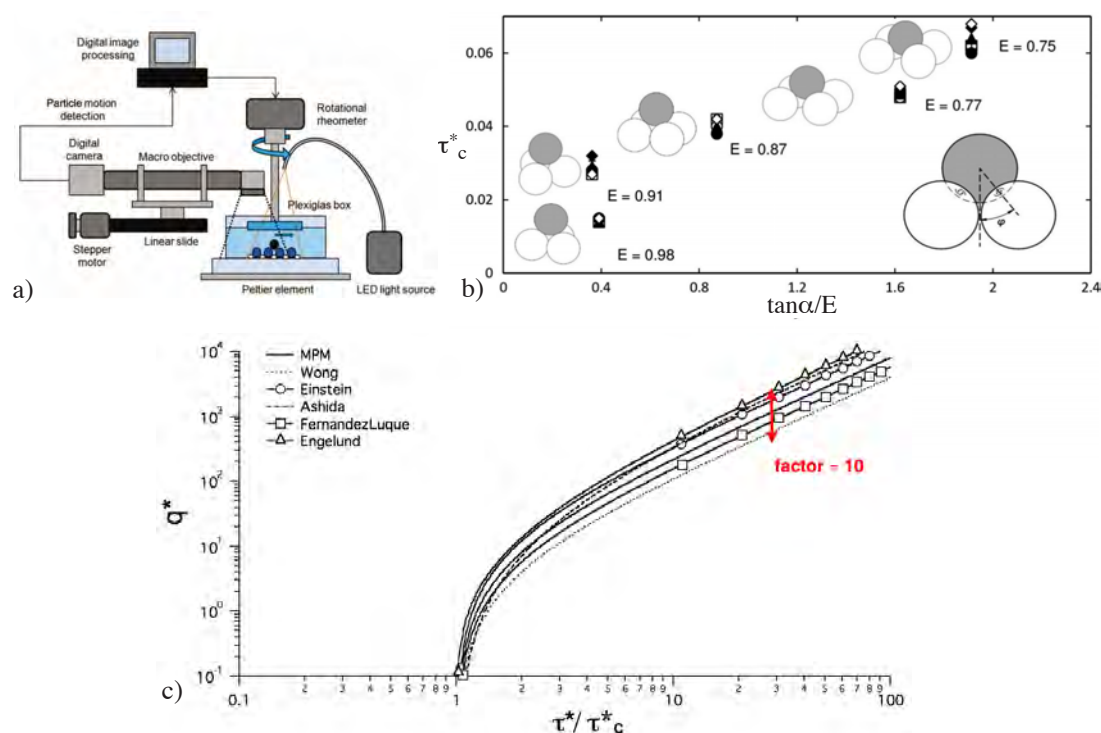


FIGURE 2.13 – a) Schéma du dispositif expérimental utilisé par *Agudo and Wierschem* [2012]. b) Mesures de la contrainte seuil adimensionnée pour différents degrés d'enfouissement $\tan \alpha / E$, avec E le paramètre d'exposition du grain dans le fluide, et α l'angle de contact entre les grains. Les différents symboles représentent les contraintes seuils mesurées pour des sphères de différents matériaux. c) Différentes lois de transport d'un sédiment homogène issues de la littérature, tracées en fonction du nombre de Shields normalisé par le nombre de Shields critique (figure tirée de la thèse de L. Malverti).

tout à fait remarquable, que pour un fluide et une taille de grains fixés, on observe des variations de la contrainte seuil qui sont représentatives de la dispersion observée dans les données de la littérature, soit de l'ordre de 0.05 (cf la dispersion des points sur la figure 2.5).

Ainsi, avant de considérer le cas du transport pour un sédiment à N tailles de particules, il est important de réaliser qu'il existe d'ores et déjà une gamme de valeurs possibles de la contrainte seuil pour un lit de sédiment de composition homogène. Cette dispersion des données de τ_c^* pour une valeur donnée de Re_* est probablement une source de la dispersion des modèles proposés ces dernières décennies. En effet, tout écart de valeur de contrainte seuil peut entraîner une différence notable quant à l'amplitude de la prédiction de la loi de transport (voir figure 2.13c).

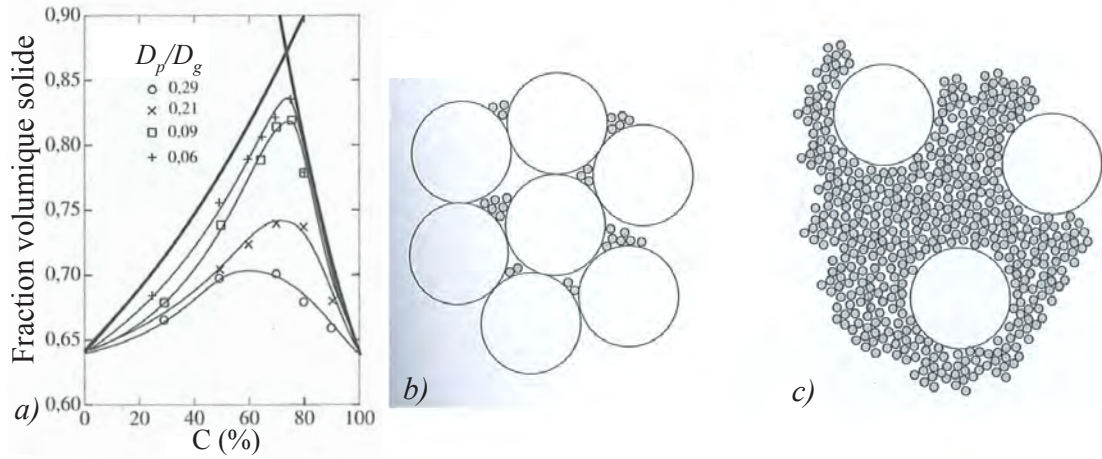


FIGURE 2.14 – a) Évolution de la fraction volumique solide avec le pourcentage massique C de grosses particules dans le mélange. Les différents symboles représentent des résultats expérimentaux obtenus pour différentes valeurs de rapport des diamètres de particule [Cumberland, 1987]. b) et c) représentation schématique des configuration extrêmes, soit, b) quelques petits dans un assemblage de gros, i.e $C \sim 100\%$, et c) quelques gros dans un assemblage de petits, $C \sim 0\%$. Figures tirées du livre *Les milieux Granulaires*, de Andreotti et al. [2011].

2.5 Transport par charriage d'un lit composé de plusieurs tailles de grains

2.5.1 Géométrie d'empilement

Avant de parler du transport par charriage à plusieurs tailles de grains, il est important de discuter de la problématique de la géométrie d'empilement de grains de plusieurs tailles. En effet, cette question n'est pas entièrement résolue et reste encore un domaine de recherche très actif de la dynamique des granulaires secs. En ce qui concerne notre étude, cette problématique est reliée en particulier :

- À l'organisation des grains au sein de la couche de sédiment, c'est-à-dire au fait de savoir si les grains segréguent verticalement dans le mélange formant le lit de sédiment.
- À la géométrie de l'agencement des grains en surface. Ce point est crucial notamment, lorsqu'on cherche à modéliser les seuils de mise en mouvement (voir précédemment et la partie 5.3).

Pour étudier les mécanismes de ségrégation verticale, des études expérimentales ont été réalisées avec un mélange de billes de deux tailles distinctes. Il résulte de ces travaux

qu'à densités de matériaux égales, deux grandeurs caractérisent ce qui se passe dans le mélange : la fraction de grosses particules et le rapport de taille des grains D_g/D_p ¹⁶.

Les données expérimentales de *Cumberland* [1987] tracées sur la figure 2.14a illustrent bien cela. Cette figure présente la fraction volumique solide en fonction du pourcentage massique C de grosses particules dans le mélange, pour différents rapports de tailles de particules. Cette fraction volumique solide quantifie les changements d'organisation des sphères entre elles dans l'espace. On constate qu'il existe un comportement systématique de la fraction volumique solide dans l'empilement. Celle-ci croît avec la proportion massique de grosses particules dans le mélange C , jusqu'à atteindre un pic pour une valeur donnée de C . L'amplitude et la position de ce pic - toujours supérieure à 50% et inférieure à 100% - augmentent à mesure que le rapport des diamètres D_g/D_p est élevé. De part et d'autre de ce pic, le mélange présente deux comportements différents : pour des faibles valeurs de C , on se trouve dans le cas où les grosses particules ne sont pas en contact et « baignent » parmi les petites. À l'inverse dans le cas de fortes valeurs de C , les grosses particules se touchent et les petites particules s'immiscent dans les interstices qui séparent par les grosses (voir figures 2.14b et 2.14c).

Des expériences de formation de tas de deux tailles réalisées par *Thomas* [2000] illustrent par ailleurs l'effet du rapport des tailles de particules sur le type d'empilement et le phénomène de ségrégation en surface. Ces expériences consistent à effectuer le lâcher d'un mélange uniforme de deux tailles par un entonnoir (qui est pour cela rempli de couches horizontales successives formées de chacune des deux tailles) sur un plan horizontal. L'expérience est réalisée avec des billes de verre, et les grosses particules sont colorées en noir. La figure 2.15a représente le schéma du dispositif expérimental utilisé. À la suite de la formation du tas, une photo est prise à la verticale du tas, afin d'étudier la ségrégation des grains de taille différente au cours du processus d'avalanche. La figure 2.15c présente des exemples de photos prises suite à cette expérience pour différents rapports de taille D_g/D_p . Les premières images, (a) et (b), montrent le phénomène de ségrégation, marqué par une accumulation des grosses particules à la périphérie du tas formant un anneau. Puis, à mesure qu'on diminue la taille des petites billes, on observe à nouveau le comportement asymptotique d'enfouissement des grosses particules au sein des petites, pour un rapport D_g/D_p important (voir de l'image (b) à (e)) jusqu'à la disparition des grosses particules de la surface du tas (image (f)). On parle alors de ségrégation inverse au cours du processus d'avalanche.

16. Dans cette section du manuscrit nous raisonnerons géométriquement avec seulement deux tailles de grain. Pour cette raison, dans un souci de facilité de lecture, nous appellerons D_p et D_g respectivement les diamètres des petits et gros grains.

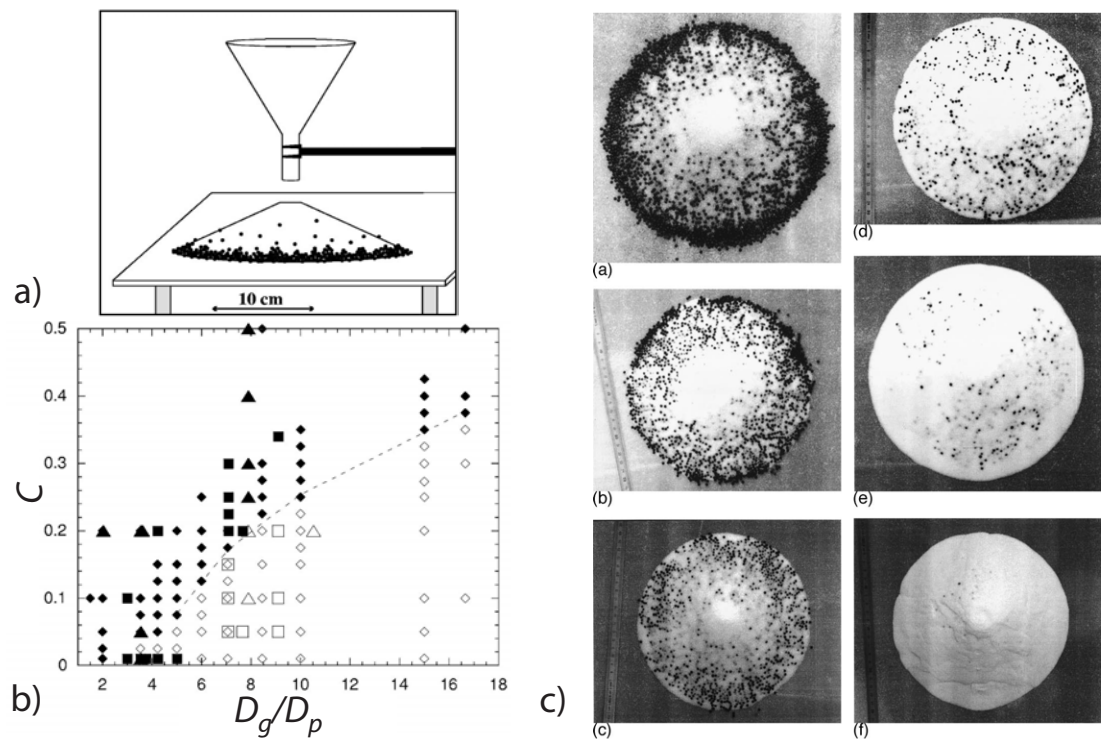


FIGURE 2.15 – a) Schéma du dispositif expérimental de formation d'un tas de grains de deux tailles utilisé par *Thomas* [2000]. b) Diagramme de phase représentant en symboles pleins les expériences où on observe la formation d'un anneau de grosses particules en bordure du tas. En symboles creux, les expériences où le contour du tas est formé majoritairement de petites particules. c) Exemple de photos obtenues en vue verticale pour différents rapport de diamètres de grains, pour une fraction massique de grosses particules fixée. Les billes noires (20% en masse) font 3 mm de diamètre, et sont mélangées avec des billes blanches de plus petit diamètre, de (a) 710 μm , (b) 500 μm , (c) 425 μm , (d) 300 μm , (e) 150 – 250 μm , et (f) 45 – 90 μm , soit respectivement des rapports de tailles de 4.2, 6, 7.1, 10, 15 et 45.



FIGURE 2.16 – Lit de la rivière Urumqi en Chine. Les plus gros objets sont métriques. Le rapport des tailles D_g/D_p entre ces blocs (au centre de l'image) et les grains qui les entourent est de l'ordre de $10^2 - 10^3$. Aux alentours, dans les zones formées de galets décimétriques, le rapport des tailles est de l'ordre de $1 - 10$.

Pour ces conditions d'expérience, *Thomas* [2000] observe un rapport D_g/D_p critique de l'ordre de 10. Par ailleurs, comme observé dans les expériences de *Cumberland* [1987], cette valeur critique est elle-même une fonction de la fraction de grosses particules, comme le montre la figure 2.15b.

Si cette valeur – régie par la physique des avalanches – n'est probablement pas directement transposable au cas du transport en rivière, on peut faire le constat qu'il existe deux régimes selon le type d'interactions entre grains de tailles différentes :

- Le cas où D_g/D_p est modéré pour lequel on observe la conservation des relations géométriques d'empilement avec D_g/D_p .
- Le cas où D_g/D_p devient important pour lequel les grosses particules vont tendre à l'enfouissement parmi les petites.

Les rivières peuvent présenter ces deux types de cas de figure au sein de leur distribution de taille de grains. Sur la figure 2.16, on peut observer, par exemple, deux gammes de D_g/D_p sur le même lit de sédiment. Ce mélange des genres complique notablement l'étude des phénomènes de transport, de tri et de morphogenèse.

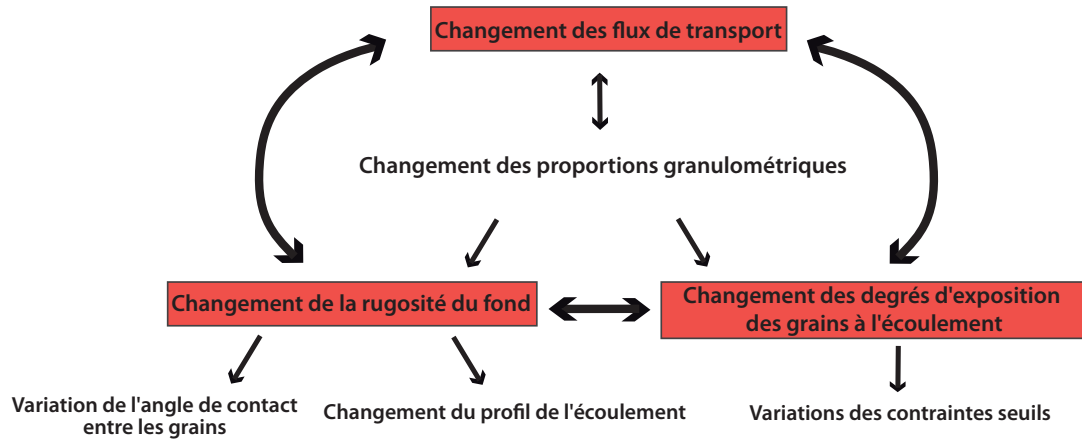


FIGURE 2.17 – Schéma des interactions possibles du fait d'un changement de granulométrie pour un jeu donné de tailles de grains.

Dans la suite de ce manuscrit, nous nous attacherons uniquement à discuter du cas D_g/D_p ¹⁷ modéré. En effet, dans notre approche expérimentale nous avons utilisé des rapports de taille et de fraction de grosse particules suffisamment petits, afin d'éviter : 1) la ségrégation verticale par tamisage (c'est-à-dire, que les petites tombent au milieu des grosses) ; 2) que les grosses ne s'enfouissent au sein des petites.

2.5.2 Transport par charriage d'un lit composé de plusieurs tailles de grains

La présence de différentes tailles de sédiment sur le lit d'une rivière peut perturber la physique du transport de plusieurs manières. En effet, les interactions entre les grains de différentes tailles et celles entre un grain d'une taille donnée et l'écoulement sont susceptibles de se trouver modifiées de façon significative (voir figure 2.17). Par ailleurs, la structure du fond du lit est elle susceptible d'influencer la forme du profil de vitesse de l'écoulement (voir partie 2.1).

Le transport d'un lit de sédiment à plusieurs tailles de grain est étudié depuis longtemps, sur le terrain et en canal expérimental. Pour traiter ce problème deux approches en particulier ont été développées.

La première approche a consisté à estimer le transport total comme une fonction d'un ou plusieurs moments statistiques de la distribution des tailles de grains. Cette

17. Soit du cas D_1/D_N modéré dans le cas d'un lit de sédiment formé de N tailles D_i , avec $i = 1, 2, \dots, N$.

démarche revient à utiliser les premières lois proposées (comme celle de *Meyer-Peter and Müller* [1948]), en normalisant les grandeurs avec le diamètre médian, D_{50} , des grains présents sur le lit. Cette démarche a été - et est encore - utilisée le plus souvent pour caractériser le transport sur le terrain, car elle nécessite peu d'informations. Cela revient à poser

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{RgD_{50}^3}} = c (\tau^* - \tau_c^*)^{3/2} \quad (2.53)$$

avec

$$\tau^* = \frac{\tau}{\rho RgD_{50}} \quad , \quad \tau_c^* = \frac{\tau_{c,50}}{\rho RgD_{50}} \quad (2.54)$$

avec $\tau_{c,50}$ le seuil de mise en mouvement des grains de diamètre D_{50} ¹⁸.

Cette démarche revient à assimiler le lit de sédiments hétérogène à un lit de sédiments homogène dont la taille est donnée par le D_{50} de la distribution. Si ce raisonnement est très pratique, son principe est en lui-même discutable. Par ailleurs, cette formulation du transport, ne peut, par construction, décrire et/ou prédire quoi que ce soit concernant la dynamique de ségrégation des tailles de grain à la surface du lit. Or ce phénomène se développe naturellement dans tous les systèmes sédimentaires (voir figures 1.2, p. 11 et 1.1, p. 10).

Pour ces raisons, une seconde approche est de considérer que le lit de sédiment est composé de N populations de tailles de grain, et de chercher à décrire le transport de chacune de ces populations. On notera alors D_i le diamètre des grains de la catégorie i ($i = 1, 2, \dots, N$) et $q_{s,i}$ le flux volumique de sédiments de taille D_i par unité de largeur. On définit alors [*Parker et al.*, 1982; *Parker*, 2008] les nombres sans dimensions associés aux grains de taille D_i

$$q_{s,i}^* = \frac{q_{s,i}}{\sqrt{RgD_i^3}} \quad , \quad \tau_i^* = \frac{\tau}{\rho RgD_i} \quad , \quad \tau_{c,i}^* = \frac{\tau_{c,i}}{\rho RgD_i} . \quad (2.55)$$

Dans ce cadre, les études menées ont cherché à quantifier comment les flux $q_{s,i}$ changent avec la contrainte τ et la distribution des tailles de grains présents sur le lit,

18. L'utilisation ici du nombre 50 comme indice du diamètre, ne signifie pas le numéro de la taille, mais le fait que 50% des diamètres mesurés se situent en deçà de cette taille. Le D_{50} , (comme le D_{16} , le D_{84} , etc.) est déterminée à partir de la courbe de fréquence cumulée des tailles de grains mesurée sur le lit.

L'utilisation d'une taille caractéristique par la communauté scientifique travaillant sur le transport en rivière s'explique par deux raisons principales. Tout d'abord, il est intuitif de penser que la rugosité moyenne du lit joue un rôle notable, notamment sur la capacité de transport, et qu'elle doit être commensurable à une taille caractéristique des grains qui composent le lit. Secondement, si la rugosité d'un milieu est difficile à mesurer en tant que telle, la distribution de probabilité des tailles de grains formant les lits de rivière est une donnée fréquemment acquise sur le terrain.

m	l	p	a	b	Référence	Type de données
1	-9/2	9/2	11.2	0.822	<i>Parker et al.</i> [1982]	De rivières naturelles
1/4	-9/8	9/2	70	0.908	<i>Wilcock and Kenworthy</i> [2002]	Expérimentales
1/4	-9/8	9/2	115	0.923	<i>Wilcock and Kenworthy</i> [2002]	De rivières naturelles
1/2	-9/4	9/2	10	0.894	<i>Wilcock and Crowe</i> [2003]	Expérimentales
1	- 9/2	9/2	11.2	1	<i>Powell et al.</i> [2001, 2003]	De rivières naturelles

TABLE 2.1 – Valeurs typiques des coefficients de l'équation (2.57) proposées dans la littérature.

c'est-à-dire les différentes tailles de grains D_i et leurs fractions dans la composition du lit F_i , $i = 1, 2, \dots, N$ ¹⁹. *Parker* [2008] passe en revue de l'ensemble des travaux - en laboratoire et sur le terrain - ainsi réalisés, ce qui permet de faire deux constats de premier ordre :

- 1. $q_{s,i}$ est toujours proportionnel à F_i .
- 2. Loin de la contrainte seuil, on retrouve un relation similaire au cas du lit homogène : $q_{s,i}^* \propto \tau_i^{*3/2}$.

Cela étant, on observe que le transport dans les rivières naturelles se situe toujours au voisinage de la contrainte seuil. Il est donc nécessaire si l'on veut parler du cas naturel, de décrire ce domaine de la loi de transport. Pour cela, beaucoup d'auteurs proposent qu'il existent une relation du type [*Wilcock*, 1988; *Parker*, 2008]

$$\frac{q_{s,i}^*}{F_i} = F_h(\tau_i^*, \tau_{c,i}^*) \tau_i^{*3/2}, \quad (2.56)$$

avec $F_h(\tau_i^*, \tau_{c,i}^*)$ une fonction capturant l'ensemble de la complexité introduite par la distribution des tailles de grains. De nombreuses relations ont été proposées pour cette fonction F_h , qui est censée décrire le comportement du transport au voisinage de la contrainte seuil. On peut exprimer les relations proposées sous la forme générique

$$F_h(\tau_i^*, \tau_{c,i}^*) = a \tau_i^{*l} \cdot [\tau_i^{*m} - b \cdot \tau_{c,i}^{*m}]^p, \quad (2.57)$$

où a et b sont des paramètres d'ajustement, et l , m et p des exposants tels que $l+m \times p =$

19. Le problème de la définition et de la mesure des fractions granulométriques est discuté dans la partie 2.6.3.

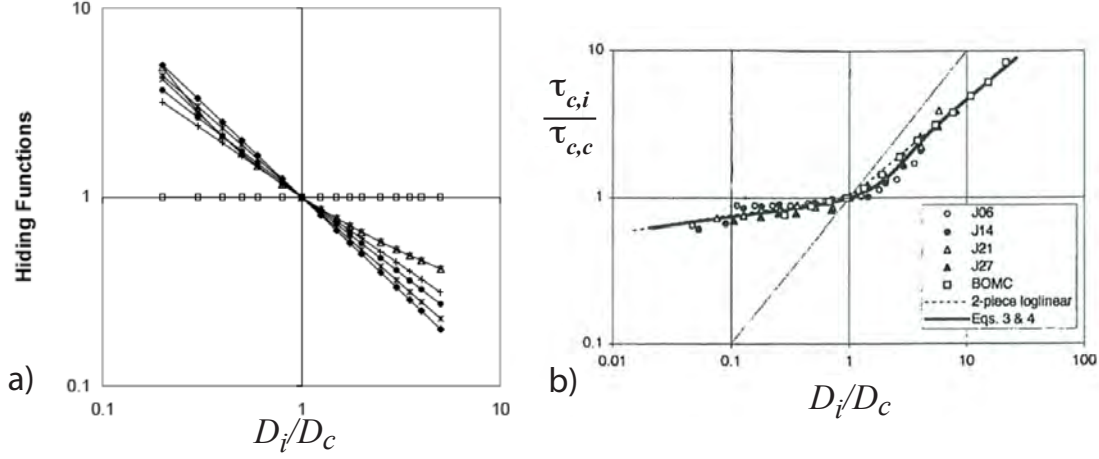


FIGURE 2.18 – a) Représentation de différentes fonctions G proposées dans la littérature, la relation d'Egiazaroff (Δ), la relation modifiée d'Egiazaroff ($+$), la condition d'indépendance avec la taille (soit $\gamma = 0$ dans l'équation (2.59)) (\square), la condition d'égalité des seuils dimensionnés (soit $\gamma = 1$) (\circ), et diverses relations de l'équation (2.59) utilisant $\gamma = 0.81$, $\gamma = 0.90$ et $\gamma = 0.72$. Figure extraite de *Parker* [2008]. b) Données de contraintes seuils (dimensionnées, et normalisées par la contrainte seuil associée au diamètre caractéristique D_c) obtenues dans l'étude expérimentale de *Wilcock and Crowe* [2003]. La courbe en trait plein représente l'ajustement des données par l'équation donnée dans le tableau 2.2. Figure tirée de *Wilcock and Crowe* [2003].

0, ce qui permet, lorsque $\tau_i^* \gg \tau_{c,i}^*$, que la fonction F_h ne soit pas fonction de τ_i^* . Le tableau 2.1 résume les valeurs de ces paramètres proposés dans la littérature.

2.5.3 Variation de la contrainte seuil avec la granulométrie

La distribution des tailles de grains sur le lit influence de façon importante la valeur de leurs contraintes seuil de mise en mouvement.

En effet, on observe qualitativement qu'au sein d'un mélange donné, les grains les plus petits sont moins transportés du fait de la présence des autres grains, et que inversement, le transport des grains les plus grossiers est facilité. Cette observation est schématisée, dans le cadre de nos expériences, par la figure 4.1 (page 81). Pour rendre compte de cela, beaucoup d'auteurs ont développé l'utilisation de fonctions spécifiques – généralement appelées « hiding functions ». Elles s'écrivent sous la forme

$$\frac{\tau_{c,i}^*}{\tau_{c,c}^*} = G\left(\frac{D_i}{D_c}\right), \quad (2.58)$$

où $\tau_{c,c}^*$ et la valeur du nombre de Shields seuil associé à une taille caractéristique D_c des

grains formant le lit. Il s'agit le plus souvent du diamètre médian, D_{50} ²⁰.

Le tableau 2.2 présente les fonctions empiriques les plus connues qui ont été proposées dans la littérature. On peut le résumer au fait que les variations observées de la contrainte seuil ont généralement conduit les auteurs à proposer des relations de la forme

$$\frac{\tau_{c,i}^*}{\tau_{c,c}^*} = \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-\gamma}, \quad (2.59)$$

avec γ un coefficient positif compris entre 0 et 1. La figure 2.18a présente la tendance générale de ces fonctions. Les deux cas asymptotiques de cette relation présentent des significations particulières :

- 1. Si $\gamma = 0$, alors $\tau_{c,i}^* = \tau_{c,c}^*$. Les contraintes seuils dimensionnées sont alors directement proportionnelles au rapport des tailles de grains : $\tau_{c,i} = (D_i/D_c) \tau_{c,c}$.
- 2. Si $\gamma = 1$, alors $\tau_{c,i}^* = (D_c/D_i) \tau_{c,c}^*$. Dans ce cas, les contraintes seuils sont toutes de la même valeur : $\tau_{c,i} = \tau_{c,c}$. Ce cas asymptotique est communément appelé la condition d'« égale mobilité », en référence au fait que tous les grains sont alors mis en mouvement à une unique valeur de contrainte seuil.

À la lecture du tableau 2.2, on constate que les valeurs de γ obtenues par le meilleur ajustement des données se situent généralement entre ces deux cas asymptotiques. Ainsi le transport en rivières ne correspondrait pas à l'une de ces deux configurations, ce qui laisse entière la question des mécanismes à l'oeuvre dans l'évolution de la contrainte seuil. Certains auteurs ont en outre observé que le coefficient γ aurait tendance à varier avec le rapport D_i/D_c , ce qui est effectivement facile à visualiser sur la figure 2.18b.

2.6 Mesures en rivière naturelle

Jusqu'à présent, nous avons discuté essentiellement de données obtenues en laboratoire. Or si l'on a l'objectif d'appliquer ces modèles aux objets naturels, la question de la mesure en milieu naturel est une problématique en soit. Dans cette section, nous présenterons brièvement les différentes méthodes de mesure employées sur le terrain, et nous discuterons en quoi l'utilisation de chacune de ces méthodes se rattachent aux différents problèmes que se posent les géomorphologues.

20. Il peut s'agir parfois d'autres tailles comme le D_{16} , le D_{84} , le D_{90} , ou encore une combinaison de ces différents diamètres. Il n'y a pas de consensus absolu quant à la mesure à adopter, ce qui rend les divers jeux de données difficiles à recroiser, voir chapitre 2.6.

Fonction G	Référence	Type de données utilisées
$\left[1 + \frac{\ln(D_i/D_c)}{\ln(19)}\right]^{-2}$	<i>Egiazaroff</i> [1965]	Modèle théorique
$\left[1 + \frac{\ln(D_i/D_c)}{\ln(19)}\right]^{-2}$ for $\frac{D_i}{D_c} > 0.4$ $0.843 \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-1}$ for $\frac{D_i}{D_c} \leq 0.4$	<i>Ashida and Michiue</i> [1973]	Expérimentales
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0.98}$	<i>Parker et al.</i> [1982]	De rivières naturelles
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0.74}$	<i>Powell et al.</i> [2001, 2003]	De rivières naturelles
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-\gamma}$ with $\gamma = \frac{0.69}{1 + e^{(1.5 - D_i/D_c)}} - 1$	<i>Wilcock and Crowe</i> [2003]	Expérimentales

TABLE 2.2 – Exemples de fonctions G proposées dans la littérature. Remarque : *Egiazaroff* [1965] et *Ashida and Michiue* [1973] définissent D_c comme la moyenne arithmétique des tailles de grains en surface, tandis que *Parker et al.* [1982], *Parker* [1990] et *Wilcock and Crowe* [2003] ont utilisé la moyenne géométrique.

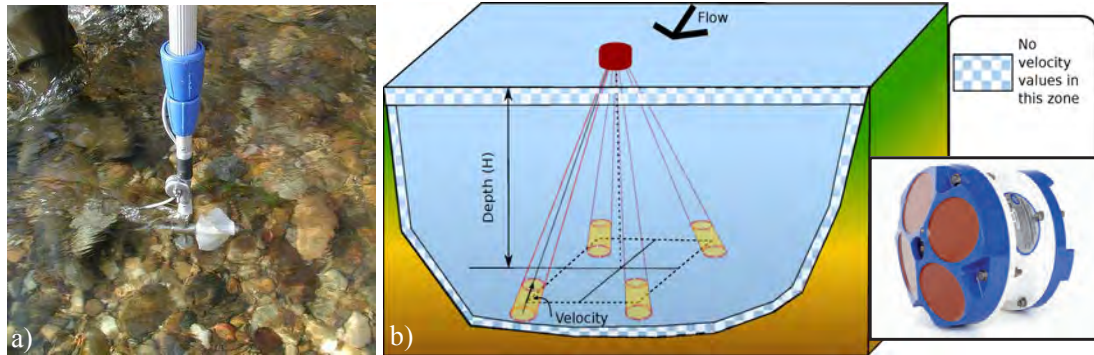


FIGURE 2.19 – a) Velocimètre à hélice en acquisition dans un cours d'eau. b) Schéma de fonctionnement de l'ADCP et photo d'un instrument.

2.6.1 Mesure de la contrainte sur le lit

Comme nous l'avons discuté dans la section 2.1, une façon d'estimer la contrainte cisailante sur le fond est de mesurer le profil de vitesse dans l'écoulement. En pratique, cette mesure en milieu naturel est confrontée à deux difficultés majeures :

- pour les cours d'eau dont la rugosité du lit est de l'ordre de la hauteur d'eau, cette mesure est, de fait, difficile à faire. Par ailleurs, l'estimation locale de u_* devient discutable (voir figure 2.3).
- Pour les cours d'eau dont le niveau d'eau est élevé (comme les fleuves), la mesure est pertinente mais nécessite des moyens techniques plus importants pour échantillonner l'intégralité de la colonne d'eau.

Aujourd'hui deux catégories d'instrument sont utilisées pour effectuer des mesures de vitesses d'écoulement (voir figure 2.19). Les velocimètres mécaniques à hélice, qui, une fois calibrés, estiment la vitesse moyenne dans la direction et à la hauteur à laquelle on les a placés. Et les velocimètres à effet doppler acoustique, qui mesurent les deux (ADV, Acoustic Doppler Velocimetry) ou les trois (ADCP, Acoustic Doppler Current Profiler) composantes du champ de vitesses instantanées. Ces instruments reposent sur l'utilisation des particules en suspension dans l'écoulement pour estimer les vitesses par effet Doppler.

Ainsi, lorsque les conditions sont réunies, il est possible d'estimer u_* à partir du profil de vitesse obtenu, et la contrainte sur le fond en posant $\tau = \rho u_*^2$.

L'autre façon d'estimer la contrainte, est de poser $\tau = \rho g R_h S$ (voir détail dans la partie 2.1.5). Cette estimation de la contrainte ne nécessite que de mesurer la pente,

la hauteur d'eau et le périmètre mouillé²¹ de la rivière ; soit de simples mesures topographiques. Cette méthode est plus robuste pour estimer la contrainte moyenne, mais elle repose notamment sur l'hypothèse que la surface d'écoulement est parallèle à la surface du fond. Elle sera donc délicate à appliquer pour le cas d'une surface de lit trop irrégulière, comme sont souvent les rivières graveleuses.

2.6.2 Mesure du transport

Pour quantifier le transport de sédiment dans les cours d'eau naturels, il existe plusieurs approches reposant sur différentes techniques [Diplas *et al.*, 2008].

Tout d'abord, les méthodes qui consistent à piéger les sédiments transportés. L'une repose sur un utilisateur, qui à l'aide d'un échantillonneur posé sur le fond de la rivière, va ainsi mesurer la masse de sédiments transportés, capturés par l'instrument au cours de la durée de la mesure (de l'ordre de la minute). L'autre type de méthode très utilisée consiste à installer une trappe dans le lit de la rivière, qui enregistre la masse se déposant dans celle-ci. Cette seconde technique est celle la plus couramment utilisée pour capturer le transport durant un événement violent. La figure 2.20 présente ces deux instruments *in situ*. La donnée brute de ces mesures est une masse transportée sur une période de temps donnée, donc un flux massique.

Une seconde catégorie de méthodes consistent à suivre au cours du temps le parcours de particules composant le lit en traçant une fraction des sédiments du lit de la rivière. Pour cela, il est possible de peindre les grains puis de les détecter par la prise de photos du lit de la rivière à intervalles de temps réguliers. Il est également possible de leur incorporer un traceur magnétique passif, ce qui implique que des mesures soient effectuées sur place pour les détecter. Ces méthodes concernent essentiellement le suivi de particules de taille importante, afin qu'elles soient facilement détectées au cours du temps. La donnée brute de ces mesures est une longueur de parcours sur un temps donné, soit une vitesse effective des grains au sein de la rivière.

Enfin, une dernière approche consiste à mesurer la topographie du lit à intervalle de temps régulier sur une zone significative. De la sorte, on peut estimer un taux d'érosion ou de déposition local. On notera que cette démarche s'inscrit davantage dans l'étude de la dynamique locale du paysage que dans l'estimation du transport par le cours d'eau.

21. Ce périmètre est égal à $W + 2H$ dans le cas d'un chenal rectangulaire de largeur W , et inondé d'une hauteur d'eau H .

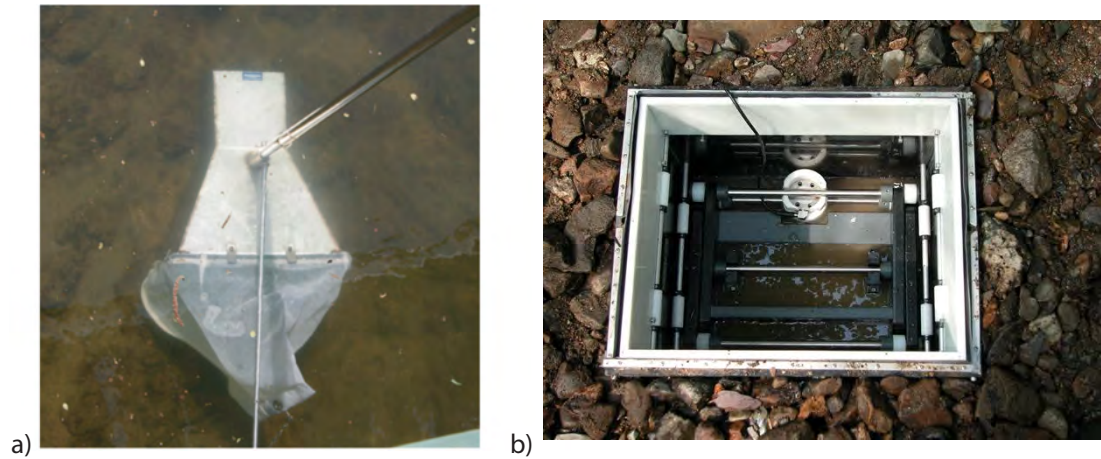


FIGURE 2.20 – a) Échantionneur de type Helley-Smith vu de dessus, positionné de façon transverse à l'écoulement afin de faire une mesure du transport de fond. b) Vue de dessus d'une trappe à sédiment, installée dans le lit d'une rivière à sec (issue de l'Atelier de l'Université de Montréal).

Quelle que soit la méthode employée, une question fondamentale vis à vis de la mesure du transport dans un système naturel (i.e. où l'on ne contrôle donc pas soit-même l'évolution du système, comme en laboratoire) est de savoir la durée sur laquelle on doit l'effectuer. En réalité, il s'agit là encore de dissocier les objectifs :

- Si l'on cherche la loi de transport, on doit relier une valeur de transport à une valeur de contrainte de l'écoulement. Dans ce cas il est nécessaire que les deux mesures soient associées (c'est-à-dire effectuées au même endroit et au même moment) et que la durée soit suffisante afin d'obtenir une valeur représentative de la moyenne locale. Mais cette durée doit aussi être inférieure au temps caractéristique de modification de la topographie du lit (qui peut être de l'ordre de l'heure dans les système très dynamiques comme les rivières en tresses).
- Si on cherche à estimer le taux de transport par une rivière (soit le taux d'érosion du bassin versant), on peut travailler à des échelles de temps beaucoup plus grandes selon la durée pendant laquelle on veut statuer ce transport.

2.6.3 Mesure des fractions granulométriques

Mesurer la distribution des tailles de grains composant le lit revient à se poser le problème suivant : si on considère que N populations de tailles de grains composent un ensemble (le lit de la rivière), quelle est la proportion de chaque population i dans cet



FIGURE 2.21 – Dispositifs de mesure des fractions granulométriques à la surface de lit de rivière asséchée : a) Dispositif de comptage en surface. b) Dispositif d'échantillonnage et tamisage des sédiments du lit.

ensemble. Trois questions fondamentales apparaissent alors :

- Comment définit-on une population i ?
- Quelle est la mesure des proportions la plus pertinente ? En masse, en volume, ou en nombre de grain ?
- Comment définit-on en pratique le « lit de la rivière » ?

Ces questions sont délicates et ont fait l'objet de nombreux travaux, théoriques, expérimentaux et de mesures sur le terrain [Kellerhalls and Bray, 1971; Cumberland, 1987; Kondolf et al., 2002; Guerit et al., Under review]. Il y a principalement trois manières de mesurer les fractions :

- 1. Par comptage en surface, généralement en quadrillant une surface du lit donnée (en déroulant des décamètres au sol par exemple, voir figure 2.21a), et en mesurant la taille du grain se trouvant à chaque intersection [Wolman, 1954].
- 2. Par échantillonnage en volume d'une parcelle du lit, ce qui consiste à prélever une couche du lit de la rivière, d'une surface telle que la masse de l'échantillon soit grande devant la masse d'un des plus gros grains du lit. On tamise ensuite l'échantillon, et enfin on pèse chacune des fractions récupérées (voir figure 2.21b) [Church et al., 1987].
- 3. Par analyse d'images prises à la verticale du lit, afin de détecter la taille apparente des objets composant le lit [Kondolf et al., 2002].

Pour chacune de ces méthodes, on peut alors estimer la probabilité pour un grain d'être d'une population i , F_i . C'est-à-dire en pratique, la probabilité qu'un grain échantillonné ait une taille comprise entre $(D_{i-1} + D_i)/2$ et $(D_i + D_{i+1})/2$ ²² [Church et al., 1987] .

La prise en compte du phénomène d'armurage de certains lits de rivière (c'est-à-dire que les grosses particules se concentrent en surface) est également traité différemment selon les études. En effet, de nombreux auteurs réalisent la mesure de la distribution des tailles de grains sous cette surface considérée armurée. Ainsi, il faut distinguer parmi les études sur le transport en rivière, celles basées sur des mesures de F_i réalisées à partir la couche de subsurface [Parker et al., 1982], et celles à partir de la couche de surface [Wilcock and Kenworthy, 2002].

Ces deux mesures vont se trouver être pertinentes selon la raison pour laquelle on a besoin des valeurs de F_i . La mesure en subsurface est pertinente si on cherche les fractions représentatives des tailles à l'échelle du bassin versant pour modéliser le transport à grande échelle. En effet, si on peut observer une armure sur un lit de rivière, celui-ci est régulièrement remanié par les événements extrêmes. En revanche, afin de discuter du transport local, et notamment pour établir une loi de transport qui comprendrait l'effet de la rugosité en surface, il est plus à propos d'utiliser des mesures strictement de surface.

2.7 Problématiques actuelles et objectifs de cette thèse

Comprendre les mécanismes et la dynamique du transport de fond d'un mélange de plusieurs tailles est un enjeu important pour l'étude de la dynamique des paysages :

- tout d'abord, afin de pouvoir estimer le transport de matière par les rivières, et ainsi le taux d'érosion dans les chaînes de montagnes,
- deuxièmement, pour comprendre le tri granulométrique au sein des lits de rivière. Ce phénomène est en effet un élément important pour appréhender la dynamique longitudinale et transverse des lits de rivière, notamment les liens subtils qu'il existe à diverses échelles, entre la topographie, la largeur, et la granulométrie de la rivière.

22. La classification des tailles est en fait généralement faite en définissant les populations $\Psi_i = 2^{D_i}$. Les tamis pour effectuer une mesure granulométrique sont d'ailleurs élaborés selon cet usage : avec des diamètres des trous pour un tamis de la classe i deux fois plus grand que le précédent, $i - 1$ [Parker, 2008].

- Enfin, mieux comprendre les interactions entre tailles de grains au sein des lits de rivière permettrait de renforcer de façon significative l'étude quantitative par les sédimentologues des dépôts anciens. En effet la mesure des distributions des tailles de grains anciennement transportés puis déposés au cours des millénaires est un paramètre clé de l'étude des conditions climatiques et tectoniques passées.

L'état de l'art que nous venons de faire montre que si la problématique du transport de fond de plusieurs tailles de grains est toujours un problème ouvert c'est parce qu'elle repose sur beaucoup d'autres questionnements, dont notamment :

- Comment la rugosité perturbe-t-elle l'écoulement à l'échelle des grains du lit ? Comment estimer la contrainte qui s'applique à l'échelle d'une taille de grains donnée ?
- Quelles sont les raisons des variations de la contrainte seuil observées ? Comment mesurer le seuil ? Quel est l'impact du vieillissement du lit dans le cas où celui-ci est composé de plusieurs tailles de grains et est soumis à un écoulement turbulent ?
- Comment prendre en compte les différents types d'interactions entre grains de différentes tailles, pour l'ensemble des grains composant un lit de rivière observé à sec (voir figure 2.16) ? Comment mesurer les fractions des tailles de grains sur le lit pour discuter avec pertinence des processus de transport ?

Nous n'avons pas la prétention de tenter de répondre dans ce manuscrit à l'ensemble de ces questions.. En revanche, nous avons tenté d'en tenir compte en faisant un certain nombre de choix quant à la méthodologie de notre approche expérimentale. En premier lieu, nous avons choisi d'étudier le transport de deux tailles seulement, afin de simplifier considérablement l'étude de l'interaction entre les tailles. Ensuite, nous avons choisi des tailles dont le rapport est modéré, afin de n'étudier que les effets de géométrie en surface (et nous épargner des effets d'enfouissement des gros dans les petits). Par ailleurs, nous avons contraint drastiquement nos conditions d'écoulement durant l'expérience afin de pouvoir déterminer de façon non-ambiguë la contrainte τ s'exerçant sur le lit. Enfin, pour toutes nos expériences nous avons préparé le mélange de sédiment composant le lit, tel qu'il soit uniforme sur toute la surface exposée à l'écoulement.

Munie de ce dispositif, cette thèse a plusieurs objectifs :

- documenter le transport de fond de deux tailles avec le même degrés de précision

- que le cas homogène (par la mesure de n et V),
- réaliser une étude systématique de l'effet du mélange, en contrôlant précisément les fractions des tailles, et la contrainte cisailante,
- discuter les points précis de la loi de transport qui varient avec la composition du lit, sous des conditions d'écoulement stationnaire et uniforme,
- et enfin, revenir sur la question des contraintes seuils au travers du jeu de données qu'on aura acquis.

Dans cette optique, ce manuscrit s'articule en plusieurs parties. Dans le chapitre 3 nous détaillerons nos protocoles expérimentaux et méthodes d'analyse. Puis dans le chapitre 4 nous présenterons les résultats que nous avons obtenus. Nous consacrerons ensuite un chapitre à la discussion spécifique de l'évolution des contraintes seuils avec la fraction de petits grains (chapitre 5). Enfin, nous présenterons les implications de nos résultats pour la modélisation du transport à 2 et N tailles dans le cadre du modèle en érosion-déposition (chapitre 6). Les conclusions générales de cette étude et les travaux futurs qu'elle occasionne seront présentés dans le chapitre 7.

Chapitre 3

Protocoles expérimentaux et méthodes d'analyse

Notre approche expérimentale a été orientée de façon générale par deux grands objectifs. D'une part, comme nous l'avons discuté précédemment, il est de première importance de correctement déterminer : la contrainte cisailante, les fractions granulométriques et les contraintes seuils. D'autre part, afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux obtenus dans la configuration unimodale [*Nino and Garcia*, 1994; *Charru et al.*, 2004; *Lajeunesse et al.*, 2010], les mêmes grandeurs caractéristiques ont été mesurées à l'échelle des grains.

Pour tenir compte de ces objectifs, trois choix importants ont été faits dans la réalisation de nos expériences. Premièrement, nos mesures sont réalisées dans des conditions d'écoulement stationnaire et uniforme permettant une mesure simple et robuste de la contrainte. Deuxièmement, toutes nos expériences ont été réalisées avec un mélange bimodal, c'est à dire constitué de deux populations de taille de grains uniquement. Et troisièmement, la composition du lit au cours de chacune de nos expériences est également maintenue stationnaire et uniforme.

Ces conditions nous permettent ainsi d'assurer la précision de nos mesures, mais également de capturer les effets d'interaction entre tailles au niveau le plus simple de complexité.

3.1 Dispositif et protocole expérimental

L'ensemble des expériences menées durant cette thèse a été réalisé dans un canal rectangulaire, de largeur $W = 9.6 \text{ cm}$ et de longueur $L = 240 \text{ cm}$ dont les parois

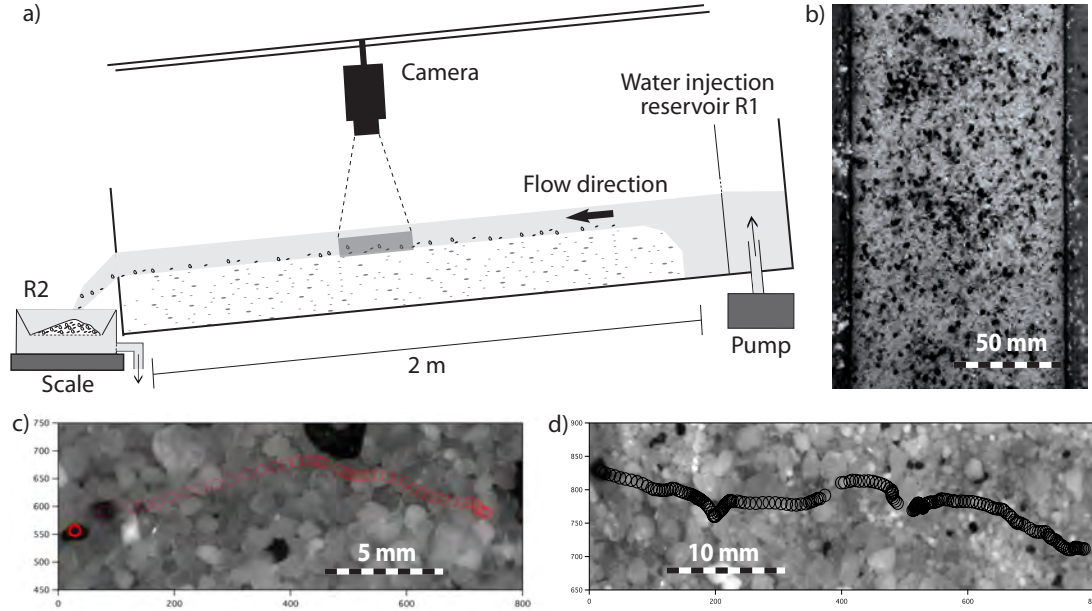


FIGURE 3.1 – a) Schéma du dispositif expérimental. b) Exemple de photo du lit prise avant l'expérience afin de mesurer la fraction surfacique de gros grains par comptage (remarque : ici le contraste de l'image a été forcé pour faire apparaître les gros grains plus foncés). Photo prise pour une expérience de la série 2 ($\phi_1 = 0.71$). Trajectoires typiques détectées c) d'un petit grain, et d) d'un gros grain sur les films réalisés à la caméra rapide (250 images/s).

sont en verre transparent. Il est fixé sur une structure métallique dont on peut régler l'inclinaison (voir schéma, figure 3.1a).

Les sédiments utilisés pour former le lit de notre rivière expérimentale sont des grains de quartz ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$). Nous avons réalisé deux jeux d'expériences : le premier avec des lits de sédiments formés d'un mélange de grains de tailles $D_1 = 1.15 \pm 0.2 \text{ mm}$ et $D_2 = 5.5 \pm 0.5 \text{ mm}$, le second avec un mélange de grains de tailles $D_1 = 0.7 \pm 0.1 \text{ mm}$ et $D_2 = 2.2 \pm 0.4 \text{ mm}$.

Les tailles des grains de diamètre moyen égal à 1.15, 2.2 et 5.5 mm ont été estimées par analyse d'images [Lajeunesse et al., 2010]. Les grains de diamètre moyen égale à 0.7 mm ont été calibrés par tamisage (entre 0.63 et 0.8 mm).

Une pompe contrôlée par un variateur de vitesse alimente notre dispositif en eau. L'eau arrive tout d'abord dans un réservoir de tranquillisation R1 ce qui permet d'homogénéiser l'écoulement à l'entrée du canal. En sortie, l'eau et les sédiments transportés tombent dans un réservoir de récupération R2. L'eau passe ensuite dans un troisième réservoir dans lequel elle est pompée pour alimenter à nouveau le dispositif expérimental.

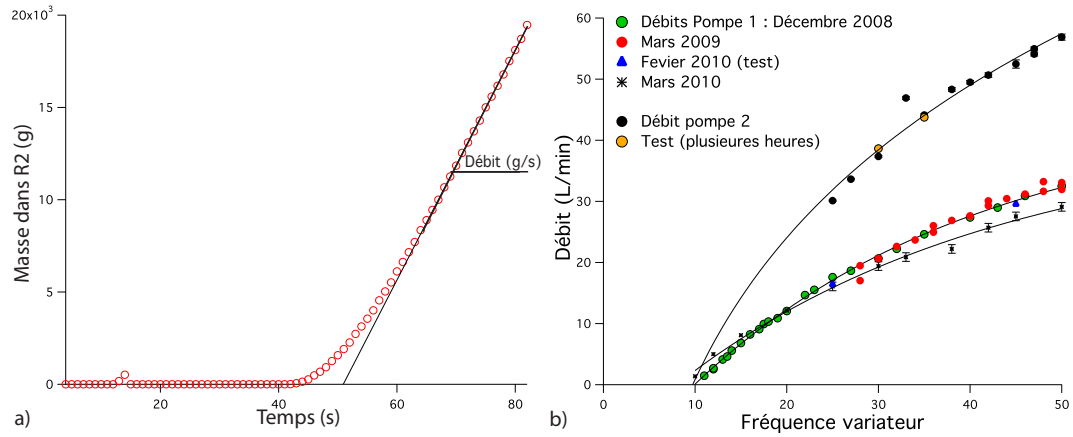


FIGURE 3.2 – a) Mesures de la masse d’eau au cours du temps par la balance, se déversant dans le réservoir R2, lors d’une expérience sans sédiments. Après un régime transitoire la pente de de cette courbe permet de mesurer le débit massique de la pompe. b) Ensemble des calibrations obtenues au cours de cette études. les figurés verts, rouges et bleu représentent la calibration obtenue jusqu’en Mars 2010. A cette date, suite à la modification du circuit d’eau, le débit effectif de la pompe est diminué. Une nouvelle calibration est faite, elle est représentée par des étoiles sur le graphe. Enfin, en Juin 2011, une seconde pompe est utilisée afin de pouvoir réaliser la série 3 d’expériences de transport sur lit bimodal. Sa calibration est représentée par les ronds noirs, et les ronds oranges, qui correspondent à des tests de la tenue de la calibration dans le temps.

tal. Celui-ci fonctionne donc en circuit fermé. Deux pompes ont été utilisées au cours de cette thèse. Leurs calibrations ont été effectuées en mesurant le débit massique d’eau en sortie lors d’expériences sans sédiments. Les courbes de calibration sont présentées figure 3.2.

Le déroulement des expériences est toujours le suivant : on dépose dans le canal un lit de sédiments composé d’un mélange bimodal de grains de tailles D_1 et D_2 . La composition granulométrique de ce lit est homogène sur toute la longueur du canal¹. Le lit est aplani à l’aide d’un racloir développé spécifiquement pour le dispositif, et est ainsi toujours d’épaisseur $\simeq 10\text{cm}$.

Une fois le lit préparé, les proportions de la surface du lit occupées par chaque type de grains, ϕ_1 et ϕ_2 sont mesurées par traitement d’images du lit (voir partie 3.3.1). Ensuite, on injecte de l’eau à débit constant dans le canal. Le flux de masse d’eau et sédiment est mesuré directement en sortie du canal grâce à une balance qui pèse le poids du réservoir de débordement R2 dans lequel les sédiments s’accumulent (voir

1. Pour se faire, le mélange est préparé à part dans un réservoir avec un peu d’eau.

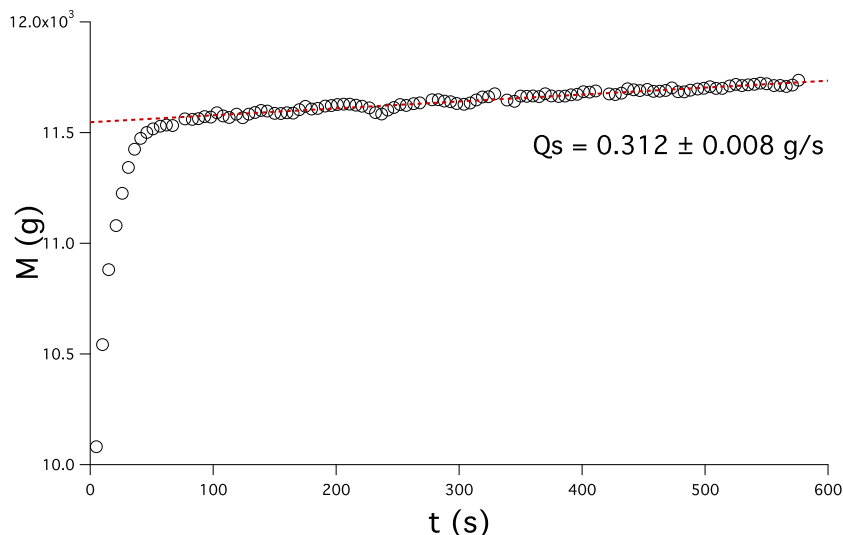


FIGURE 3.3 – Enregistrement de la masse en fonction du temps par la balance au cours d’une expérience. Après un court temps transitoire – durant lequel le flux d’eau d’entrée s’équilibre avec le flux d’eau de sortie – l’augmentation linéaire de la masse correspond au flux massique de sédiment en sortie du canal.

figure 3.1a). La figure 3.3 montre un exemple de masse cumulée mesurée au cours d’une expérience. Après un court temps transitoire, la masse augmente linéairement avec le temps, ce qui correspond à un flux de sédiment constant. La fréquence d’acquisition est de une mesure toutes les 5 s afin de s’affranchir des fluctuations expérimentales de toute petite échelle. Une fois le régime stationnaire atteint, la hauteur d’eau H (de l’ordre du cm) est mesurée afin d’estimer la contrainte (voir partie 3.2). Enfin, un film est réalisé par caméra rapide au milieu du canal afin de mesurer les paramètres du transport à l’échelle locale, soit environs 5 *min* après le démarrage de l’expérience.

Pour contraindre nos expériences à rester en régime stationnaire uniforme, elles sont effectuées sur une courte durée (rarement supérieure à 10 *min*). Le canal n’étant pas alimenté en sédiments, une onde d’érosion se propage progressivement d’amont en aval du canal. Cependant, du fait de la brièveté de nos expériences, cette onde n’atteint jamais la zone d’étude au centre du canal (voir le schéma du dispositif, figure 3.1).

3.2 Mesure de la contrainte de cisaillement

Comme discuté dans la section 2.1 l’écoulement stationnaire uniforme est la seule configuration qui permet de calculer sans ambiguïté la contrainte cisailante exercée sur

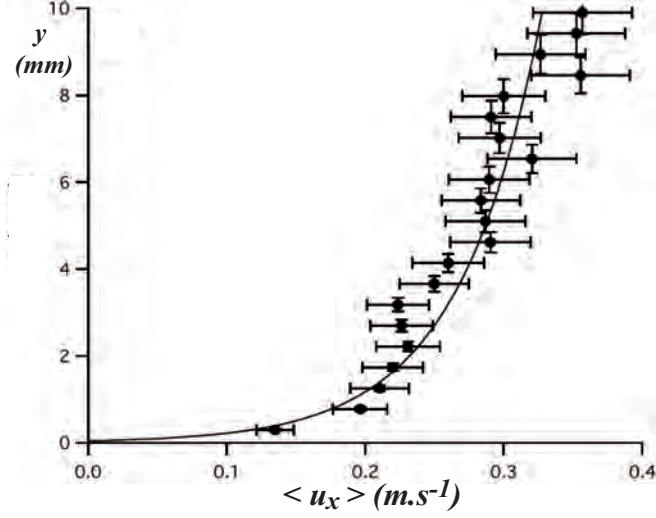


FIGURE 3.4 – Exemple de mesure de profil de vitesses réalisée dans notre canal expérimental sur un lit de sédiment de taille $D = 1.15\text{mm}$, avec $\tau^* = 0.041$, $Re_s = 156.9$, $H/D = 8$, $H/W = 0.1$, et $S = 0.0087$. Tiré de *Lajeunesse et al.* [2010]. La courbe est un ajustement par l'équation (2.12).

le lit en utilisant l'équation

$$\tau = \rho g R_h S, \quad (3.1)$$

avec $R_h = HW/(W + 2H)$ le rayon hydraulique.

Toutes nos expériences ont été réalisées en conditions stationnaire uniforme, dans un canal de largeur W fixe, aussi, nous estimons H et S dans nos expériences² pour calculer τ . Pour cela, on réalise au début et à la fin de l'expérience, sur le lit de sédiment à sec, 3 mesures de la pente en 3 points le long du canal avec un inclinomètre digital (précision : 0.1°). La valeur finale de S est la moyenne entre ces 6 mesures, et l'incertitude ΔS est l'écart-type sur ces 6 mesures. D'autre part, durant l'expérience, une fois le régime stationnaire atteint (ce qu'on observe sur la courbe de masse en sortie), on mesure la hauteur d'eau sur le bord du canal (au bas du ménisque) en trois points également répartis le long du canal avec une règle (précision : 0.1 cm). La valeur finale de H est la moyenne de ces 3 mesures, et l'incertitude ΔH est l'écart-type sur ces 3 mesures.

On obtient donc comme erreur relative sur la mesure de la contrainte τ

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta S}{S}. \quad (3.2)$$

2. Les valeurs d'inclinaison explorées au cours de nos expériences vont de 0.3 à 4° . À des valeurs de pente plus importantes, l'approximation de faible pente devient caduque, et, par ailleurs, l'hypothèse d'un écoulement stationnaire uniforme n'est plus valable.

On a conservé uniquement les réalisations expérimentales pour lesquelles ne se sont pas développées de formes sur le lit - qui impliquent des variations de H avec x - et où les variations de pente sont restées inférieures à 15%.

La mesure du profil de vitesse dans nos expériences à faible hauteur d'eau (1–3 cm) est délicate à réaliser, et onéreuse, car elle nécessite l'utilisation de traceurs (de densité proche de celle de l'eau) pour mesurer le champ moyen de vitesse. Quelques mesures ont été faites au cours de la thèse de Luce Malverti, afin de vérifier l'établissement d'un profil de vitesse de type loi du Mur dans les écoulements réalisés avec notre dispositif (voir figure 3.4).

3.3 Mesures de la surface du lit

L'estimation des proportions de mélange en surface du lit de sédiment est le second paramètre majeur pour chacune de nos réalisations.

On définit la fraction surfacique ϕ_1 comme la fraction de la surface du lit occupée par les petits grains. Dans le cadre strictement bimodal, cette fraction est directement liée à celle des gros grains : $\phi_2 = 1 - \phi_1$. C'est là un avantage certain du cas bimodal, car ainsi, la mesure d'une des deux fractions suffit à caractériser entièrement la composition de la surface du lit.

Par ailleurs on a réalisé des mesures de la rugosité du lit afin d'établir la relation entre celle-ci et la composition du lit.

3.3.1 Mesure de la fraction surfacique de petits grains

On a effectué plusieurs séries d'expériences pour lesquelles on connaissait le mélange en masse. En effet, on a contrôlé exactement la proportion massique de chacune des tailles de grains dans le mélange servant à la préparation du lit. Cela étant, nous avons voulu connaître la composition exacte en surface du lit de sédiment de chacune des expériences.

Deux méthodes ont été utilisées au cours de cette thèse pour mesurer la fraction surfacique de gros grains ϕ_2 , plus facile à obtenir en pratique que celle des petits grains.

Par méthode de détection semi-automatique

Pour obtenir la fraction surfacique ϕ_2 , la façon la plus directe est de tous les colorier - tandis que les petits sont laissés à leur couleur naturelle, plus claire - afin de pouvoir les détecter à la surface du lit par analyse d'image.

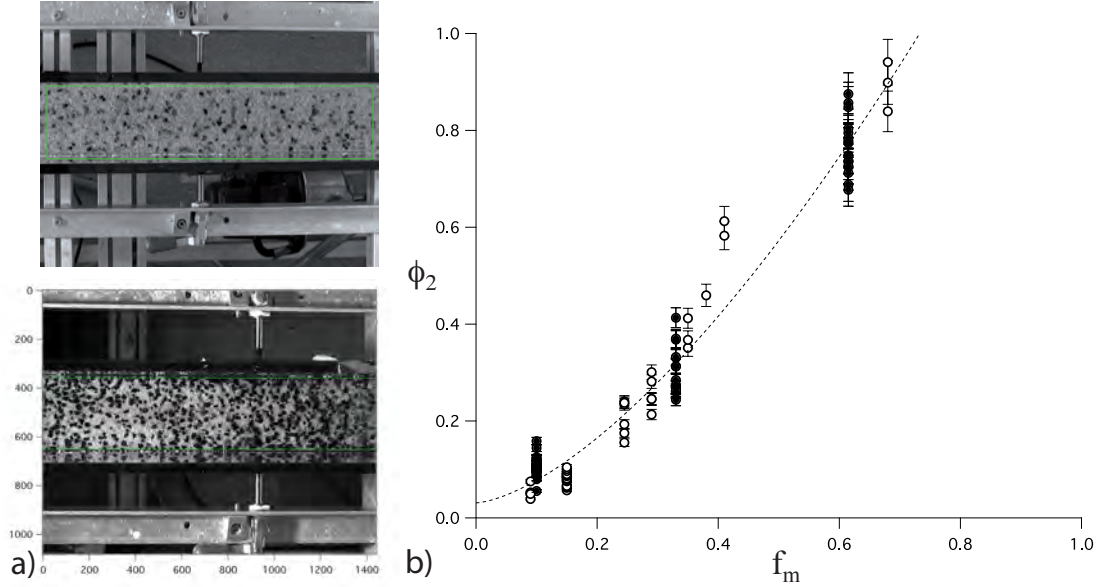


FIGURE 3.5 – a) Exemples de prises de vue à la verticale du lit composé des grains de diamètres 1.15 et 5.5 mm, avec les gros grains coloriés en noir. En haut : pour $\phi_2 = 0.1$. En bas : pour $\phi_2 = 0.35$. b) Relation observée entre la fraction mesurée en surface par détection semi-automatique et la fraction massique de gros grains dans le mélange. Les cercles pleins indiquent les valeurs obtenues pour les séries d'expériences réalisées à fraction massique fixée. La ligne en tiretés est un ajustement des données par une loi de puissance.

Dans une partie de nos expériences (réalisées avec les grains de diamètres 1.15 et 5.5 mm), nous avons procédé de la sorte en coloriant les gros grains avec de l'encre de chine indélébile (lire l'annexe A.2 à ce propos). Ainsi, par traitement à l'aide d'un seuil de niveau de gris sur des photos prises à la verticale du lit (voir exemples sur la figure 3.5a), on détecte directement la surface « noire » sur le lit, soit ϕ_2 . Cette mesure est semi-automatique, car elle nécessite d'imposer un seuil de niveau de gris manuellement, les conditions de contraste pouvant changer d'une expérience à l'autre. En pratique, on vérifie « à l'oeil » qu'avec le seuil choisi on détecte correctement le contour des gros grains, si ce n'est pas le cas, on change de valeur de seuil. Des tests sur l'acceptabilité du résultat ont permis d'estimer l'erreur relative sur la valeur ϕ_2 à 5%. Pour chaque expérience, on a réalisé ce type de mesure pour trois photos prises en trois endroits du lit, afin d'estimer la variabilité spatiale de la mesure. L'écart-type entre ces trois mesures nous permis d'estimer les barres d'erreurs qui sont représentées sur les la figure 3.5.

L'ensemble des mesures de fractions effectuées par cette méthode est reporté sur la figure 3.5b, en fonction de la fraction massique de gros grains f_m que l'on a utilisée

pour préparer le mélange. Les cercles pleins indiquent les valeurs obtenues pour les séries d'expériences réalisées à fraction massique fixée (présentées en détail dans le chapitre 5). On constate que la relation entre ϕ_2 et f_m n'est pas linéaire, ce qui est cohérent avec les observations de *Thomas* [2000] (voir discussion de la section 2.5.1).

Par comptage

Les expériences durant lesquelles on détecte des grains en mouvement à la caméra rapide nécessitent que seule une faible fraction surfacique soit colorée en noir ($\sim 1\%$, voir partie 3.6). Aussi, il devient impossible d'effectuer une détection automatisée par niveau de gris.

Pour cette raison, on a mesuré ϕ_2 dans ces expériences par comptage visuel des gros grains à la surface du lit. De la même manière que pour la détection automatique, on réalise une photographie à la verticale du lit avant le début de l'expérience. On se donne alors une surface suffisamment large (toujours de la largeur du canal) et longue, telle qu'on ait une mesure statistiquement correcte. C'est-à-dire avec un compte suffisamment important de nombre de gros grains, au minimum une centaine. C'est la raison pour laquelle plus ϕ_2 est faible, plus on sélectionne une surface de comptage importante.

La surface occupée par les gros grains est alors calculée en multipliant le nombre de gros grains comptés, N_g , par la surface du gros grain de diamètre moyen, en l'occurrence $D_2 = 2.2mm$, soit

$$\phi_2 = \frac{\text{surface des gros grains}}{\text{surface de comptage}} = \frac{N_g \pi (D_2/2)^2}{\text{surface de comptage}}. \quad (3.3)$$

En pratique, cette surface de comptage est sous-divisée en surfaces plus petites afin d'atteindre des nombres raisonnables de comptage par surface. En effet il a été observé qu'au dessus d'un certain nombre de grains comptés ($\simeq 30$), le compteur perd le fil. Par ailleurs, pour que ce comptage soit reproductible par différents opérateurs, on s'est doté de quelques règles, similaires à celles pour le comptage de grains en mouvement, voir l'annexe B.1).

Remarque : Il n'a pas été possible de réaliser d'expériences de transport pertinentes pour des valeurs de ϕ_1 comprises entre 0 et 0.5. En effet, d'une part lorsque les gros grains sont tous connectés entre eux (ie pour $\phi_1 < 0.5$), la mesure de ϕ_2 par comptage devient techniquement difficile. D'autre part, passé ce seuil de mélange, on assiste fréquemment à la déstabilisation spontanée du lit de sédiment : des formes se développent à la surface du lit durant l'expérience, et leur longueur d'onde est généralement couplée avec celle

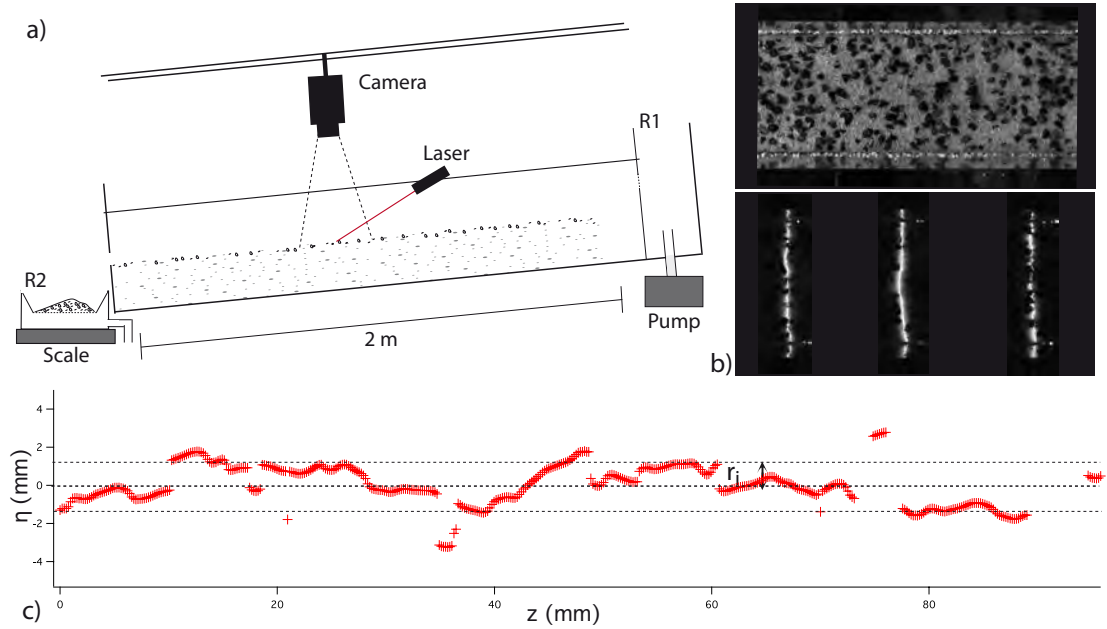


FIGURE 3.6 – a) Dispositif expérimental pour les mesures par projection d’une nappe laser. 2) Exemple d’une composition de lit où l’on a mesuré ϕ_2 d’une part (en haut : photo à la verticale du lit), et la topographie de la surface d’autre part (en bas : photos à la verticale du lit sur lequel on a projeté une nappe laser). c) Exemple d’un signal de topographie obtenu après traitement d’image (pour $\phi_2 = 0.58$). Le paramètre r_i est estimé comme l’écart-type de ce signal.

des variations de granulométrie. Ce phénomène mériterait d’être étudié en soi, mais concernant notre étude, nous considérons que les résultats de l’expérience ne sont alors pas pertinents.

3.3.2 Mesure de la rugosité géométrique de la surface du lit

La modification de la composition de la surface lit de sédiment en modifie la topographie, soit ce qu’on peut appeler la rugosité géométrique. Pour quantifier cet effet dans nos expériences, nous avons réalisé une série de mesures consistant à projeter une nappe laser à la surface du lit (voir figure figure 3.6a).

La figure 3.6b présente, d’une part (en haut), un exemple de lit de sédiment, photographié à la verticale du lit, permettant de mesurer la fraction surfacique ϕ_2 . D’autre part (en bas), la figure présente des photos prises verticalement dans le noir, où l’on voit la déviation du tracé de l’intersection de la nappe laser avec la surface. Pour chaque lit, on réalise la projection à trois endroits différents, afin de pouvoir moyenner la mesure en surface. Pour chaque mesure on a fait passer au préalable une fine lame d’eau à

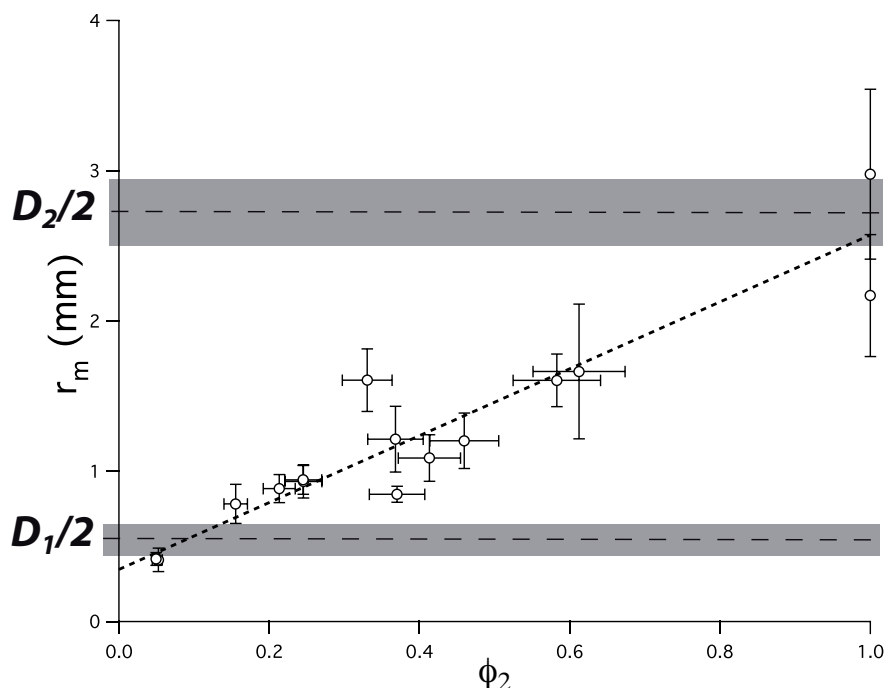


FIGURE 3.7 – Mesures de $r_m = (r_1 + r_2 + r_3)/3$ en fonction des mesures ϕ_2 réalisées pour une préparation de lit donnée (15 points). Le tracé en tiretés présente l’ajustement des données par une relation linéaire. Sont représentées en rouge sur l’axe des ordonnées les valeurs de $D_1/2$ et $D_2/2$. L’écart-type à la taille moyenne est figuré par la largeur du trait.

la surface du lit afin de mesurer un état d’organisation de la surface qui ne soit pas dépendant de la préparation du lit.

Une fois la déviation apparente du tracé laser calibrée à l’aide d’une pente étalon posée à la surface du lit, on peut faire une estimation de la topographie du lit en détectant ce tracé déformé. La figure 3.6c présente le signal obtenu à partir d’un tracé³. On calcule alors l’écart-type r_i du signal pour chaque image i , avec $i = 1, 2, 3$.

Pour s’assurer de la validité de la comparaison de notre mesure avec la composition du lit, toutes les données qui présentaient des variations de topographie de grande longueur d’onde devant la taille des grains ont été retirées de notre jeu de données.

En définitive, 15 jeux de mesures de topographies sur des lits différents ont ainsi été réalisés en parallèle de mesures de ϕ_2 , pour des mélanges de sédiments de diamètres $D_1 = 1.15$ et $D_2 = 5.5$ mm. La figure 3.7 montre les valeurs de $r_m = (r_1 + r_2 + r_3)/3$,

3. Le caractère non-continu du signal par endroit est directement relié au caractère anguleux des grains.

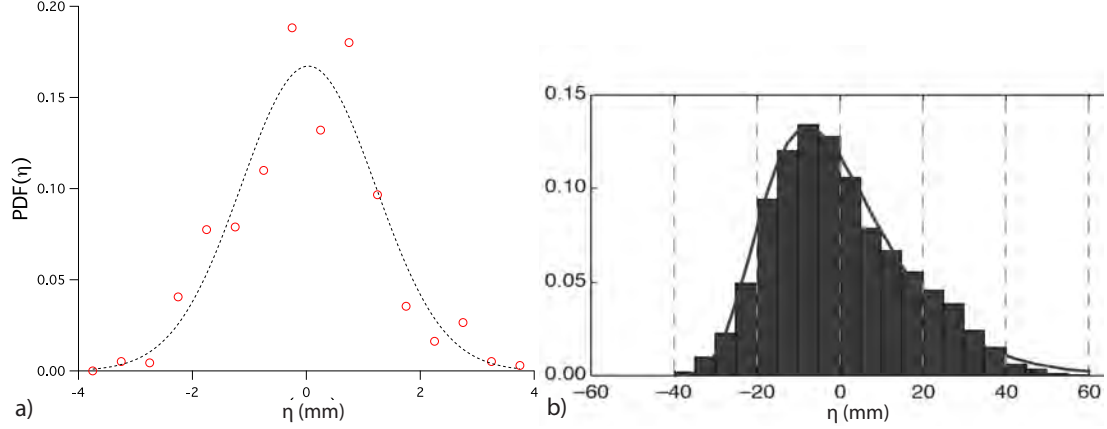


FIGURE 3.8 – a) PDF des élévations du lit correspondant à l'expérience de la figure 3.6c. La ligne en tiretée est un ajustement des données par une fonction gaussienne. b) PDF des élévations du lit d'un site de la rivière Waimakariri, obtenues par scan laser par *Smart et al.* [2004]. La ligne en trait plein est un ajustement par une fonction log-normale.

en fonction de ϕ_2 . On trouve, en ajustant les données par une droite, la relation

$$r_m = (2.2 \pm 0.2)\phi_2 + (0.4 \pm 0.1) . \quad (3.4)$$

Aussi, bien qu'on ait testé cette mesure qu'avec une seule paire de tailles de grain et qu'on observe une dispersion de nos données, on peut écrire qu'on observe (aux incertitudes près)

$$r_m \simeq \frac{(D_2 - D_1)}{2}\phi_2 + \frac{D_1}{2} . \quad (3.5)$$

Si à présent on considère $2 \times r_m$ – soit le relief moyen du lit – comme une estimation de la rugosité totale moyenne du lit, on a

$$\text{rugosité} \equiv 2 r_m \simeq (D_2 - D_1)\phi_2 + D_1 , \quad (3.6)$$

soit, en posant $\phi_1 = 1 - \phi_2$

$$2 r_m \simeq D_1\phi_1 + D_2\phi_2 . \quad (3.7)$$

Ce résultat peut paraître logique, mais en réalité il n'est pas trivial, et en particulier dans le cas où la surface du lit est composée de N tailles de grains. La figure 3.8 illustre le fait que contrairement à ce qu'on observe dans nos expériences, les distributions de topographie de lits de rivières présentent généralement une asymétrie [*Smart et al.*, 2004; *Aberle and Nikora*, 2006].

La forme symétrique de nos distributions est l'observation de la relation (3.7) sont probablement liées au fait que nos expériences sont strictement bimodales et que le rapport des tailles D_2/D_1 est modéré dans nos expériences (voir discussion de la section 2.5.1).

3.4 Mesure du flux de sédiment

3.4.1 Le flux total

Étant donné que nos conditions expérimentales sont stationnaires et uniformes (aux incertitudes sur les mesures près), la mesure de la masse accumulée en sortie du canal présente un taux de croissance constant, comme le montre la figure 3.3. De ce fait, on peut considérer la pente de cette courbe comme le flux total de sédiment au cours de l'expérience. Ainsi, en ajustant la région de croissance constante de cette courbe (c'est à dire, après la période transitoire du début) par une relation linéaire, on trouve la valeur de flux de masse total, avec comme incertitude, l'écart des points de mesure à l'ajustement.

3.4.2 Le flux de chacune des populations de grains

Pour estimer la valeur de chacun des flux de sédiment d'une taille donnée, on a réalisé une pesée sur une durée estimée au chronomètre. Pour se faire, après la période de transition de remplissage du réservoir R2 - que nous pouvons déterminer en suivant l'évolution de la courbe de masse enregistrée par la balance durant l'expérience - on dépose un tamis vide en sortie du canal. Ainsi, sur la période de temps où le flux total est constant, on enregistre la masse cumulée de sédiment sur un laps de temps T mesuré au chrono (incertitude sur la mesure du temps $\Delta t = 1s$, soit l'erreur sur le déclenchement et l'arrêt par l'utilisateur). Cette masse est ensuite séchée puis tamisée afin de récupérer la fraction de chacune des deux populations de tailles de grain. On peut alors estimer le transport de chacune des tailles en pesant les masses cumulées M_1 et M_2 sur une balance (de précision $\Delta M = 0.1g$) en posant

$$q_{si} = \frac{M_i}{T}, \quad i = 1, 2. \quad (3.8)$$

Cette mesure repose sur l'hypothèse que si le transport total est constant, alors les flux des deux fractions de grains sont constants. L'incertitude relative sur les flux mesurés est donc

$$\frac{\Delta q_{si}}{q_{si}} = \frac{\Delta M}{M_i} + \frac{\Delta T}{T}. \quad (3.9)$$

Nos mesures sont toujours faites sur une durée suffisante, telle que cette erreur ne dépasse pas 10%.

3.5 Mesure des densités de grains en mouvement

Comme nous l'avons introduit dans le chapitre 2.3, il est pertinent d'étudier le flux de particules charriées en le décomposant comme le produit de leur nombre de grains en mouvement par unité de surface, n , avec leur vitesse moyenne, V . Nous avons donc entrepris de réaliser ces quatre mesures dans le cas bimodal : n_1 , n_2 , V_1 et V_2 .

Pour cela on a réalisé deux catégories de film à la caméra rapide, chacune associée à la dimension de la taille des grains dont on veut suivre le transport. En effet, afin d'avoir de bonnes conditions de détection des grains et de tracer précisément leurs mouvements, il est nécessaire que la résolution spatiale des images soit :

- suffisamment grande pour identifier la position du centre de la particule avec précision (important pour calculer la vitesse) et identifier clairement les grains (important pour compter les grains en mouvement),
- telle que le champ de vue couvre une surface du lit suffisamment grande pour obtenir des mesures fiables statistiquement.

Un compromis entre résolution et champ de vue est donc nécessaire. Dans nos expériences, cela se traduit par le fait que les images traitées représentent toujours une surface de l'ordre de 20×20 diamètres des particules dont on veut étudier le transport (voir exemples figure 3.9). Elles sont de dimension 1024×1024 pixels, aussi, les grains détectés font toujours aux alentours de 30 pixels de diamètre.

Si détecter automatiquement un mouvement sur un fond immobile est assez aisé - par différence d'images par exemple - nous sommes confrontés dans nos expériences à trois problèmes majeurs pour pouvoir le faire :

- En effet, les déformations de la surface libre (i.e. les vagues) distordent l'image du fond du lit, simulant ainsi un mouvement à l'image, qui n'est qu'apparent.
- Par ailleurs, ces petites variations locales de l'épaisseur d'eau créent des perturbations de l'éclairage des grains, et de fait, pose également des problèmes vis à vis de la détection automatique.
- Enfin, le caractère aléatoire des trajectoires des particules transportées par charriage rend la mesure automatique – compte tenu du bruit dû aux vagues – de leurs déplacements particulièrement délicate.

La figure 3.9 montre le résultat de la différence entre deux images consécutives d'un

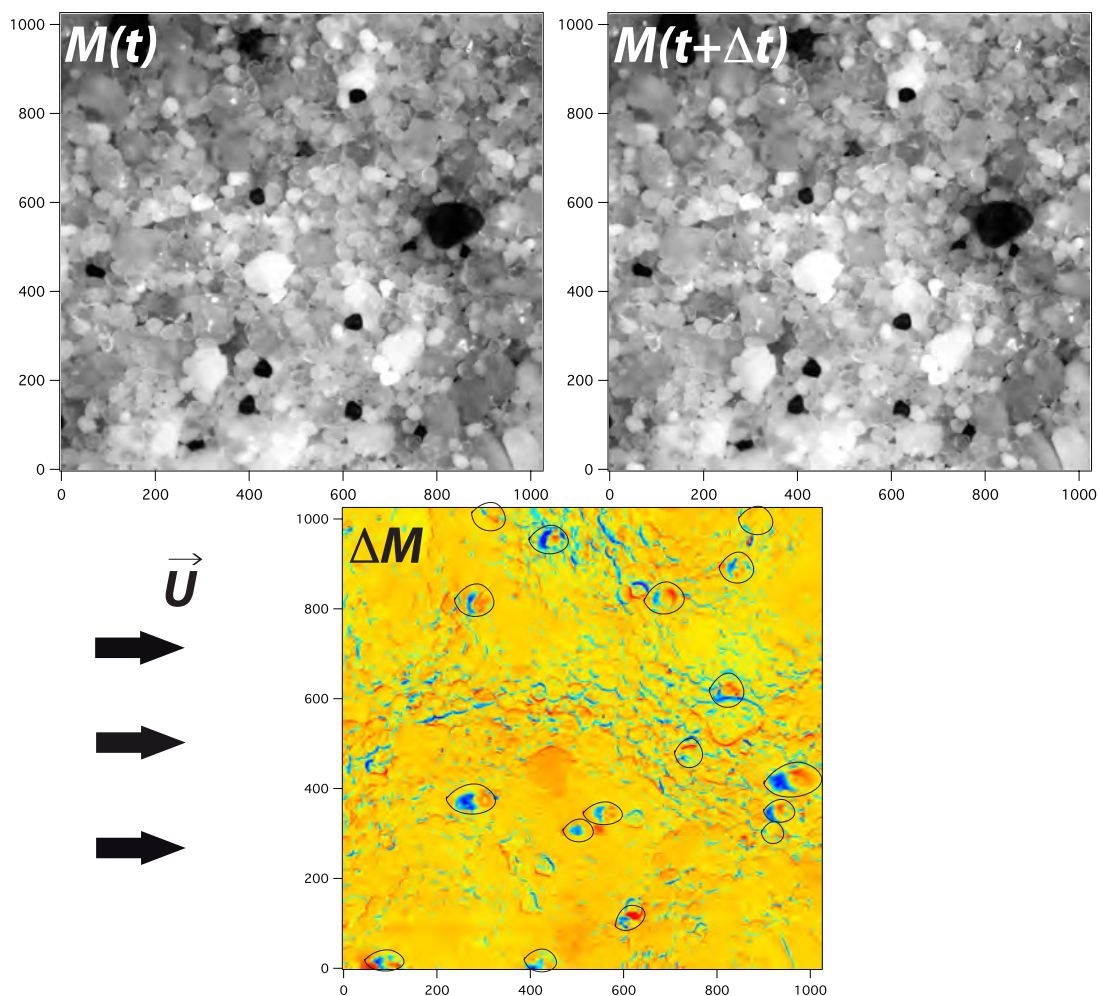


FIGURE 3.9 – En haut : deux images consécutives d'un film réalisé à 250 images/s. En bas : le résultat de la différence d'images (représentée en échelle de couleurs pour accentuer le signal visuel). Les tracés noirs superposés indiquent les déplacements de grains détectés avec certitude à l'oeil. Le reste du signal n'est dû qu'à la présence de vagues à la surface. Ce jeu d'images provient d'un film réalisé en conditions « modérés », c'est à dire avec des vagues et un transport de particules de moyenne amplitude.

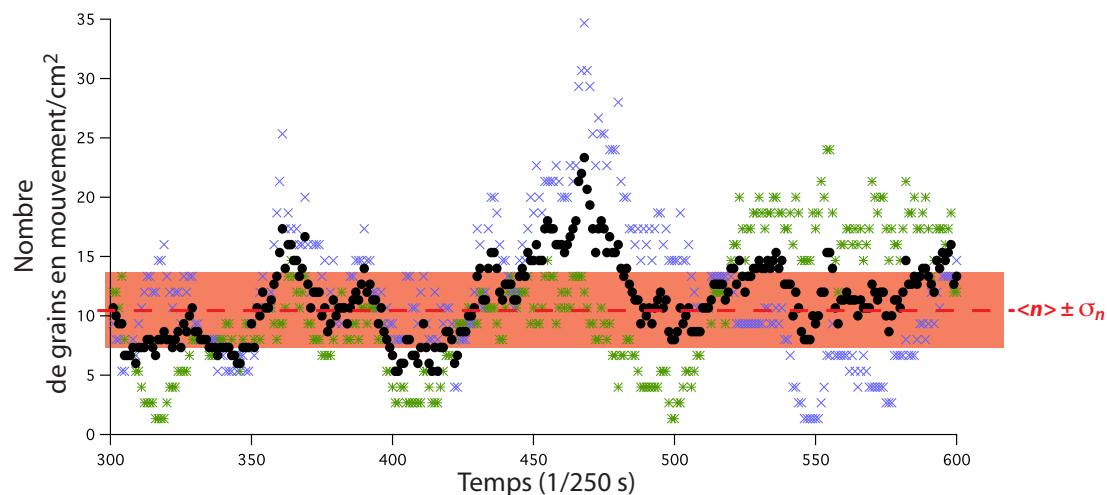


FIGURE 3.10 – Exemple de mesure brute du nombre de petits grains en mouvement par unité de surface (symboles noirs) sur une surface donnée, ici de 1.5 cm^2 et sur 300 images consécutives (soit environs 1 s de film). On a représenté la valeur moyenne sur ces 300 mesures par un tireté rouge, et la zone correspondant à son écartype en rouge. Les symboles verts et bleus correspondent à la mesure faite sur chaque moitié de la surface. La somme sur chaque pas de temps des symboles bleus et verts donne les symboles noirs.

film. Sur cette image on a entouré tous les endroits où un grain est identifié, à l'oeil, en mouvement sur le lit. On constate alors la difficulté rencontrée pour détecter automatiquement le transport total des grains : s'il apparaît possible de détecter les déplacements les plus marqués, beaucoup s'avèrent être litigieux en comparaison du bruit dans le signal, et certains même passent inaperçus.

Ce problème mériterait le développement de méthodes sophistiquées de traitement du signal, cependant nous avons choisi de ne pas nous y consacrer à l'échelle de la durée cette thèse. Ce pourquoi l'ensemble des mesures de densité de grains en mouvement ont été réalisées de façon manuelle.

Il s'agit donc de mesurer le nombre des grains qui ont bougé de leur position sur le lit entre chaque paire d'images consécutives. Il est important notamment d'effectuer cette mesure de n sur une surface suffisamment grande et un temps suffisamment long pour qu'on obtienne une valeur moyenne représentative. La figure 3.10 illustre les fluctuations naturelles de la valeur de n qu'on observe au cours du temps. Cela implique d'estimer la valeur moyenne de n sur une durée telle qu'on s'affranchisse des tendances à très courte échelle de temps.

Par ailleurs, les données en bleu et vert représentent la mesure de n effectuée sur les deux moitiés de l'image. On observe que l'amplitude des fluctuations de ces deux signaux est de l'ordre de grandeur de leur valeur moyenne. Les symboles noirs représentent le signal de n obtenu en comptant sur la surface totale : en comptabilisant les nombres de grains en mouvement sur une surface deux fois plus grande, on a réduit sensiblement la variabilité du signal. Pour cette raison, pour chacune de nos expériences nous avons effectué le comptage sur une surface suffisamment grande afin que la mesure de la valeur moyenne de n se dégage de la variabilité. L'incertitude sur chaque mesure de n est déterminée comme étant l'écart-type autour de la valeur moyenne de n , normalisé par le nombre de points de mesure N_{pts} : $\sigma_n = \sqrt{(n(t) - \langle n \rangle)^2 / N_{pts}}$.

Tout comme pour la mesure de la fraction par comptage, il est nécessaire de se fixer un ensemble de règles à respecter afin d'obtenir une mesure qui soit la plus correcte et reproductible possible. Nous les présentons en détail dans l'annexe B.1.

3.6 Mesure des vitesses moyennes

Les particules charriées sur le fond présentent des déplacements de nature stochastique, c'est à dire n'obéissant pas à des fonctions $f(x, y, z, t)$ bien définies. Aussi, pour comprendre le transport moyen, il est nécessaire de produire des mesures de vitesses moyennées sur un ensemble de réalisations. C'est dans ce but que nous avons réalisé des mesures de suivi d'un sous ensemble de particules sur une durée supérieure aux temps caractéristiques de déposition $t_{d,i}$ des grains transportés sur le lit. En effet, nos films à la caméra rapide ont une taille de 1536 images par film, ainsi réalisés à 250 images/s, ils durent 6.14s. La durée de la mesure est donc grande par rapport à $t_{d,1}$ et $t_{d,2}$, qui sont de l'ordre de $10^{-2}s$.

3.6.1 Méthode de détection et suivi des particules

Pour enregistrer le déplacement des grains à l'image, on a choisi d'en colorier une fraction en noir ($\sim 1\%$ en surface), afin de la détecter ensuite par traitement du film à l'aide d'un seuil de niveau de gris. On a pour cela développé un programme de détection des particules à l'image. Son utilisation pour un film donné nécessite toujours le choix de 3 valeurs de seuils :

- Le seuil de niveau de gris (entre 0 et 255), afin de détecter uniquement les particules colorées.
- Le nombre minimum de pixels par particule détectée. Ce seuil permettant essentiellement de ne pas confondre un grain avec des zones sombres à l'image.

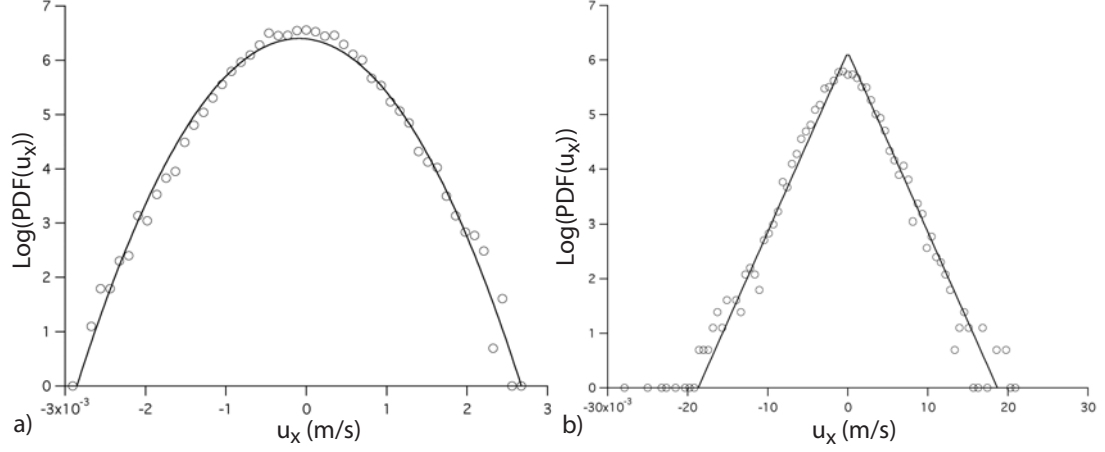


FIGURE 3.11 – Distribution des vitesses apparentes des particules colorées, filmées sous eau à la caméra rapide dans les conditions expérimentales habituelles mais sans transport (c'est à dire sous le seuil de mise en mouvement). a) Logarithme de la distribution de vitesses sous eau, mais sans vagues. b) Logarithme de la distribution de vitesses avec vagues à la surface.

Typiquement des creux entre grains, ou bien les petits grains colorés lorsqu'on cherche à détecter les gros grains.

- Le nombre maximum de pixels par particule détectée, qui à l'inverse permet de ne pas détecter les gros grains lorsqu'on cherche à détecter les petits. Cela évite par ailleurs de détecter l'association de deux grains en contact à l'image, ce qui arrive occasionnellement malgré leur faible pourcentage.

Le choix pertinent de ces trois valeurs, appliqué à un film de qualité (i.e., bon contraste et netteté des images), permet de repérer les positions des barycentres des particules colorées de la taille voulue à l'image, avec une précision de l'ordre de 1% du diamètre du grain.

Afin de calculer les vitesses de déplacement des grains entre deux images (soit pour un pas de temps $\Delta t = 1/250$ s), il est nécessaire d'apparier les positions des particules détectées pour ces deux images. On procède pour cela à une recherche des écarts minimums entre les positions obtenues sur les images consécutives, et ainsi on obtient les vitesses instantanées des particules présentes sur les deux images. Le détail de l'algorithme est donné dans l'annexe A.1.

On détecte quelques particules en mouvement par image, aussi on obtient plusieurs milliers de mesures de vitesse instantanée de particule par film. Le nombre exact de

mesures va dépendre de l'intensité du transport, ce pourquoi on se fixe une limite basse de contrainte cisailante afin d'obtenir une mesure de la vitesse moyenne fiable statistiquement.

Suite à ce traitement, on peut calculer la distribution des vitesses longitudinales brutes u_x mesurées. On identifie alors trois parties constituant cette distribution :

- 1. Le signal du déplacement des particules, qui forme une distribution continue située sur la partie positive de l'axe des vitesses. C'est le signal qui nous intéresse, et dont nous allons discuter par la suite.
- 2. le signal qui correspond au mouvement apparent oscillant des particules immobiles, dû essentiellement aux vagues. La figure 3.11 montre la mesure de ce signal apparent pour deux expériences sans transport, sans et avec vagues en surface. On constate que si la distribution de l'erreur autour de la vitesse nulle est de forme gaussienne sans les vagues, elle devient de forme $\exp(-|u_x|/V_b)$ – et est nettement plus importante (presque d'un facteur 10) que le bruit gaussien – lorsque se développent des vagues à la surface de l'eau. On note ici V_b la vitesse caractéristique du bruit des vagues. Il constitue un pic centré sur zéro dont la largeur et l'amplitude changent avec la contrainte τ . L'annexe B.2 discute davantage ce phénomène et son impact sur nos mesures.
- 3. Une distribution homogène des erreurs de détection de particules. Du fait de l'ensemble de nos précautions, elle est de très faible amplitude en comparaison du signal.

La vitesse caractéristique V_b est typiquement comprise dans nos expériences entre 0.01 et 0.03 $m.s^{-1}$. On considère cette valeur comme la barre d'erreur sur les données de la distribution de vitesses instantanées. Cette estimation est grossière car en fait, l'effet du bruit des vagues est valable sur chacune des mesures de u_x ; cela se traduit par le fait que la distribution de probabilité observée est le produit de convolution entre la distribution des vitesses des grains et celle du bruit des vagues (voir l'annexe B.2).

3.6.2 Mesure de la distribution des vitesses instantanées des gros grains

Dans le cas du transport d'un sédiment composé d'une seule taille de grains, la distribution des vitesses de grains en mouvement mesurée en expérience s'est toujours avérée être de type exponentiel décroissant [Charru *et al.*, 2004; Lajeunesse *et al.*, 2010]. Soit de la forme

$$PDF(u_x) = \frac{1}{V} e^{-u_x/V}, \forall u_x \in]0; +\infty[, \quad (3.10)$$

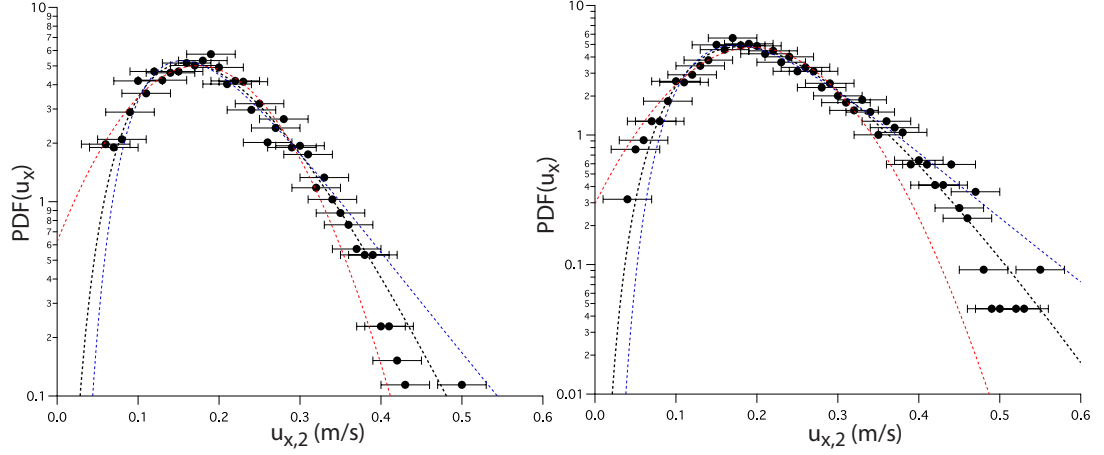


FIGURE 3.12 – Exemples de distributions de vitesses de gros grains $u_{x,2}$ pour un sédiment bimodal, pour a) $\tau_2^* = 0.062$ et $\phi_1 = 0.91$ et b) pour $\tau_2^* = 0.088$ et $\phi_1 = 0.71$. Les tracés en pointillés rouge, noir et bleu sont respectivement des ajustements des données par une loi gaussienne, une loi χ^2 , et une loi log-normale.

avec V la vitesse moyenne de la distribution. Aussi, l'ajustement de la distribution permet alors de trouver la vitesse moyenne, bien qu'on ait pas accès aux données de vitesses proches de zéro (ce qui est le cas dans nos données expérimentales, du fait du pic de vitesses en 0 correspondant aux vitesses apparentes des grains immobiles).

Or, dans le cas de nos expériences de transport d'un sédiment bimodal, les distributions de vitesses des gros grains, $u_{x,2}$ se sont avérées présenter systématiquement un pic situé pour une valeur de vitesse supérieure à 0, et toujours plus grande que la vitesse caractéristique V_b de l'erreur due aux vagues (voir figures B.2b et 3.12).

Comme le montre la figure 3.12, les distributions de probabilité de $u_{x,2}$ sont correctement ajustées par des lois χ^2 de la forme

$$\chi^2(u_{x,2}, k) = \frac{u_{x,2}^{k/2-1} e^{-u_{x,2}/2}}{2^{k/2} \Gamma(k/2)}, \quad (3.11)$$

où Γ est la fonction mathématique

$$\Gamma(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^{k-1} e^{-\xi} d\xi \quad (3.12)$$

et k est un paramètre d'ajustement, équivalent à l'espérance de la distribution.

On a testé la validité des mesures de vitesses moyennes des gros grains obtenues par l'ajustement des distributions en confrontant nos mesures à l'échelle des grains à notre

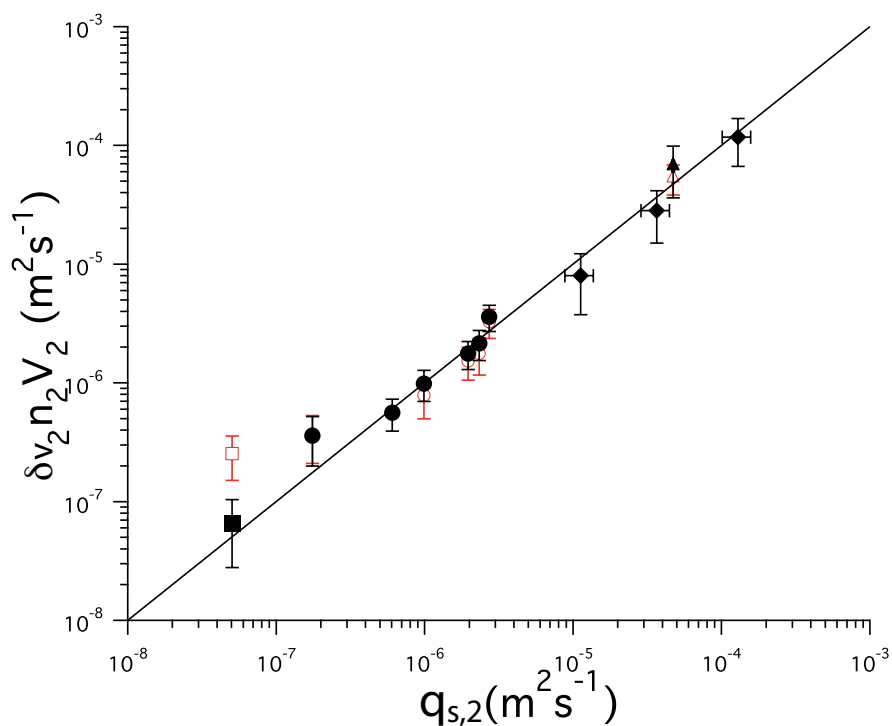


FIGURE 3.13 – Comparaison du produit $\delta v_2 n_2 V_2$ avec le flux volumique mesuré en sortie du canal. Les ronds, les carrés et les losanges représentent respectivement les séries 1 ($\phi_1 = 0.91$), 2 ($\phi_1 = 0.71$) et 4 ($\phi_1 = 0, \phi_2 = 1$). Les symboles noirs et rouges sont respectivement les données issues des ajustements des vitesses par une loi χ^2 et par une loi gaussienne. La ligne représente la relation 1 : 1.

mesure macroscopique du flux de transport de sédiment. On peut voir figure 3.13 que les données du produit $\delta v_2 n_2 V_2$ représentées en fonction des données de $q_{s,2}$ obtenues en sortie du canal s'alignent sur une droite de relation 1 :1.

En définitive nous avons choisi d'utiliser la fonction χ_2 (3.11) pour ajuster nos distributions de vitesses instantanées car elle semble être celle qui ajuste le plus convenablement les données, notamment à grandes valeurs du nombre Shields, or c'est à ces valeurs que les distributions sont les plus complètes pour ce qui est des hautes valeurs de vitesse⁴. Par ailleurs, la fonction χ^2 n'est pas définie pour les valeurs négatives ce qui est cohérent avec toutes les observations : les grains transportés ne présentent de déplacements que dans le sens de l'écoulement.

Cela étant, on peut constater figures 3.12 et 3.13 que des ajustements par des lois gaussiennes ou encore log-normales conduisent à des valeurs de vitesse moyenne du même ordre de grandeur. Mais étant donné, qu'elles ne peuvent convenablement prendre en compte l'asymétrie des distributions, elles conduisent la plupart du temps à des valeurs de vitesse moyenne légèrement plus faibles (voir figure 3.13).

3.6.3 Mesure de la distribution des vitesses instantanées des petits grains

Après avoir constaté que la forme de la distribution des vitesses instantanées des gros grains avait changé avec le mélange de tailles, on peut se demander quelle est à l'inverse l'effet de la présence des gros grains sur la distribution des vitesses des petits grains. Nos expériences n'ont pas permis de répondre à cette question. Le fait est que les distributions obtenues de $u_{x,1}$ n'ont jamais présenté de pic pour toutes nos expériences, et des formes de distributions plutôt similaires à celles observées pour des composition du lit homogènes : en exponentielle décroissante. De ce fait, afin d'évaluer la valeur moyenne, ces distributions ont été ajustées par des fonctions du type de l'équation (3.10). Mais il est apparu que, dans nos expériences, le bruit était trop important pour pouvoir estimer convenablement les vitesses moyennes des petits grains. En effet, lorsqu'on teste la concordance de nos mesures de V_1 obtenues par ajustement avec nos deux autres mesures indépendantes ($q_{s,1}$ et n_1), on trouve que ces valeurs de V_1 ne corrèlent pas avec le rapport $q_{s,1}/n_1$. Aussi, ces mesures par ajustement ne satisfont pas à la concordance fondamentale qu'on doit trouver entre nos trois mesures du transport.

Si la mesure de n_1 est « triviale », au sens qu'elle est directe, bien que difficile à faire, la vitesse moyenne est elle issue d'un ajustement sur des données bruitées. Or il peut

4. En effet, comme nous établissons ces distributions à partir d'un ensemble fini de mesures, les valeurs les plus éloignées de la valeur moyenne sont toujours sous-représentées.

s'avérer délicat d'ajuster des distributions de vitesses lorsque celles-ci ne présentent pas de pic. En effet, si la distribution des vitesses réelles des grains est bien exponentielle décroissante, alors la distribution mesurée (avec le bruit des vagues) est le produit de convolution de deux exponentielles décroissantes. Or dans cette configuration, pour pouvoir identifier la moyenne des vitesses liée au déplacement des particules, il est nécessaire que 1) la vitesse moyenne des grains soit suffisamment grande devant la vitesse du bruit V_b , et 2) d'avoir une mesure de distribution assez étendue vers les grandes vitesses. Ces conditions avaient pu être atteintes dans les expériences de *Lajeunesse et al.* [2010], notamment car un plus grand nombre de données de vitesses ont été acquises pour chacune des valeurs de nombre de Shields. Ce point est rediscuté dans l'annexe B.2.

Aussi, compte tenu du fait que la forme de la distribution des vitesses puisse être potentiellement associée au bruit des vagues, on a préféré estimer la vitesse de façon indirecte en supposant correctes nos données de n_1 et q_{s1} , soit en posant

$$V_1 = \frac{q_{s1}}{n_1 \delta v_1} . \quad (3.13)$$

Pour la même raison, quelques vitesses de gros grains⁵ de la série 3 d'expériences que nous avons réalisé (voir chapitre suivant) ont été calculées en posant

$$V_2 = \frac{q_{s2}}{n_2 \delta v_2} . \quad (3.14)$$

Les incertitudes relatives sur ces mesures de vitesses V_i sont par conséquent la somme des incertitudes sur $q_{s,i}$ et n_i

$$\frac{\Delta V_i}{V_i} = \frac{\Delta q_{si}}{q_{si}} + \frac{\Delta n_i}{n_i} . \quad (3.15)$$

En conséquence de cela, nous n'avons globalement que peu de valeurs de vitesse moyenne de petits grains, car les données près du seuil présentent alors des barres d'erreur trop grandes (i.e., commensurables avec la valeur de la mesure) pour être prises en compte. Et à l'opposé, nous n'avons pas mesuré n_1 pour les expériences des plus hautes valeurs de transport $q_{s,1}$.

5. Soient les 4 valeurs les plus basses de cette série, qui ne présentaient pas de pics évidents.

Chapitre 4

Résultats expérimentaux sur le transport stationnaire uniforme d'un sédiment bimodal

Ce chapitre présente l'ensemble des résultats sur le transport à l'échelle des grains, pour un sédiment bimodal composé de grains de tailles $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 2.2$ mm. On rappelle que les deux paramètres pouvant influencer sur le transport par charriage dans le cas spécifique d'un sédiment bimodal sont :

- le nombre de Shields τ_i^* , soit la contrainte cisailante normalisée par le poids par unité de surface du grain de taille D_i , $i = 1, 2$,
- et la fraction surfacique du lit occupée par les petits grains ϕ_1 .

Aussi, cette étude se compose de 5 séries d'expériences pour lesquelles on a fixé la valeur de la fraction ϕ_1 ¹. Ensuite, pour chacune de ces séries, on a parcouru l'espace des nombres de Shields τ_i^* . Le tableau 4.1 présente les gammes de valeurs des paramètres pour chacune des séries.

Après avoir dans un premier temps décrit la phénoménologie observée au cours des expériences, nous présenterons l'évolution avec le nombre de Shields et la fraction ϕ_1 des deux grandeurs caractéristiques du transport à l'échelle des grains : la densité de grains en mouvement n_i , et la vitesse moyenne de ces grains V_i , pour les deux tailles de grains présentes dans le mélange.

1. Afin d'avoir des séries relativement homogènes en composition, on a retiré de chacune d'elles les expériences qui présentaient des valeurs de ϕ_1 s'écartant trop de la moyenne de la série. Cela a permis d'avoir des valeurs moyennes de ϕ_1 distinctes pour chaque série, comme on peut le constater à la lecture du tableau 4.1.

Série	N_{exp}	ϕ_1	S	τ_1^*	τ_2^*	Re_1^*	Re_2^*	H/D_1	H/D_2	Symboles
0	10	1	0.0052 - 0.008	0.045 - 0.106	-	16.4 - 25.1	-	18 - 34	-	□
1	15	0.91 ± 0.01	0.0045 - 0.032	0.041 - 0.301	0.013 - 0.096	15.7 - 42.2	49 - 132	16 - 26	5 - 9	■
2	11	0.71 ± 0.05	0.0055 - 0.033	0.055 - 0.274	0.018 - 0.087	18 - 40.3	56.5 - 126.1	16 - 25	5 - 9	■
3	14	0.54 ± 0.05	0.007 - 0.035	0.051 - 0.332	0.016 - 0.106	17.4 - 44.3	54.4 - 138.9	15 - 30	5 - 10	■
4	12	0	0.01 - 0.068	-	0.02 - 0.15	-	65 - 179	-	4 - 6	○

TABLE 4.1 – Gammes de valeurs des paramètres explorées pour chacune des séries d'expériences. Les séries 0 à 3 ont été réalisées au cours de cette thèse, tandis que la série 4 à été réalisée par [Lafeyunesse et al., 2010]. N_{exp} est le nombre d'expériences réalisées par série.

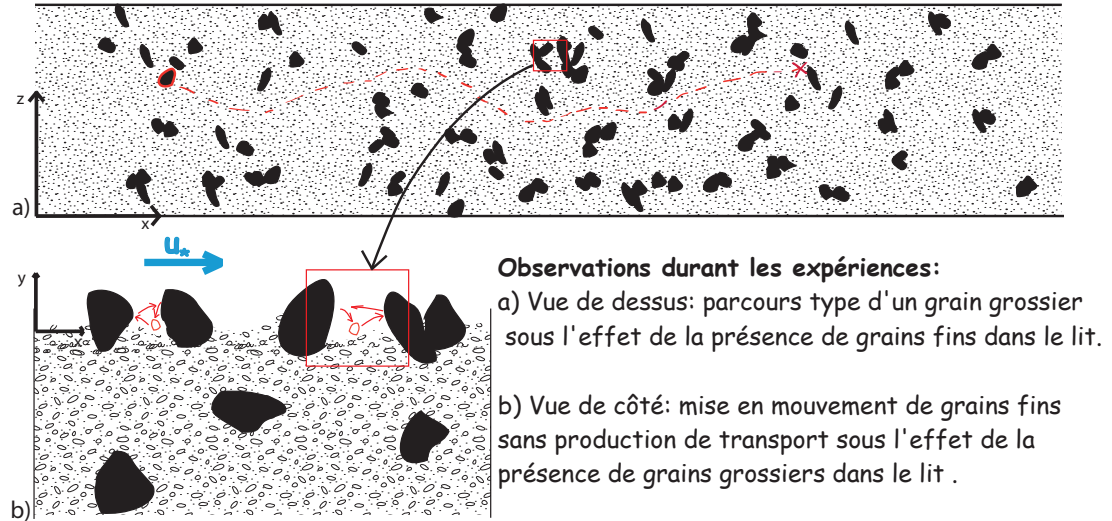


FIGURE 4.1 – a) Schéma vue de dessus du parcours d'un gros grain en mouvement sur un lit bimodal (les gros grains sont représentés en noir). b) Schéma vue de profil d'états d'oscillation de petits grains entre des gros. Cette figure a été réalisée à l'échelle des expériences réalisées avec $D_2/D_1 = 5$, où l'on peut plus particulièrement voir à l'œil ces deux phénomènes.

4.1 Phénoménologie

Les images acquises par caméra rapide révèlent que le comportement des grains entraînés par l'écoulement sur un lit bimodal est qualitativement similaire à celui observé sur un lit homogène. En effet, on observe les caractéristiques classiques du transport par charriage : 1) une petite fraction seulement des sédiments qui composent la surface du lit est entraînée, et 2) les particules charriées présentent un comportement intermittent. En effet, les grains transportés présentent deux phases au cours du temps : des périodes de mouvement, appelées « vols » et caractérisées par une vitesse présentant d'importantes fluctuations au cours du temps ; et des périodes où le grain reste immobile, posé à la surface du lit. La durée de ces périodes de repos est généralement importante par rapport à la durée d'un vol.

Les vols sont eux même composés de deux types de mouvements : les mouvements dits de « saltation », où le grain est transporté à une hauteur suffisante pour ne pas être en contact avec le lit (voir figure 3.1c, p. 58), et les mouvements de roulement et/ou de glissement, où le grain bouge tout en restant en contact avec les grains du lit. En réalité la frontière entre ces deux types de déplacement est souvent mince, et ils se succèdent généralement plusieurs fois au cours d'un même vol (voir figure 3.1d, p. 58).

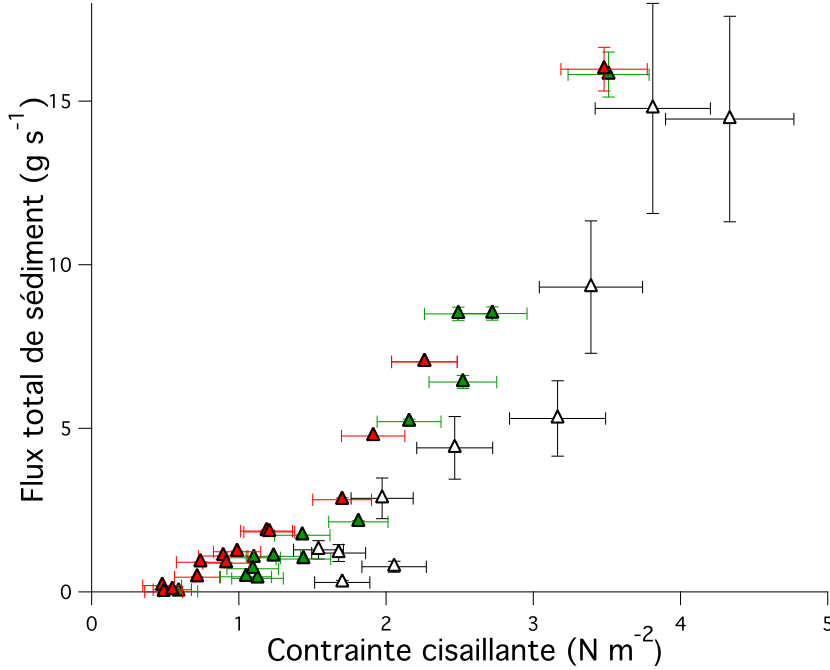


FIGURE 4.2 – Flux totale massique de sédiment pour les séries 1, $\phi_1 = 0.91$ (en rouge), 3, $\phi_1 = 0.54$ (en vert) et 4, $\phi_1 = 0$ (en noir).

En ce qui concerne la phénoménologie liée au mélange de deux tailles de grains différentes, la figure 4.1 schématise ce qui peut être observé qualitativement : on observe que les gros grains mis en mouvement se déplacent préférentiellement sur des zones du lit occupées par des petits grains. D'un autre côté, on peut observer des petits grains mis en état d'agitation significative, mais qui ne peuvent être déplacés du fait de la présence des gros grains.

Ces deux observations, en comparaison du cas unimodal, vont dans le sens d'une augmentation de la contrainte seuil effective de mise en mouvement des petits grains avec l'augmentation de la proportion de gros grains sur le lit. Inversement, on constate la diminution de la contrainte seuil des gros grains avec l'augmentation de la proportion de petits grains sur le lit. Ces observations sont cohérentes avec l'ensemble des observations sur le terrain ou en laboratoire rapportées dans la littérature (voir partie 2.5.3).

La figure 4.2 montre qu'en effet, pour une contrainte donnée, le transport de sédiment augmente sensiblement dans nos expériences lorsqu'on augmente la proportion de petits grains à la surface du lit.

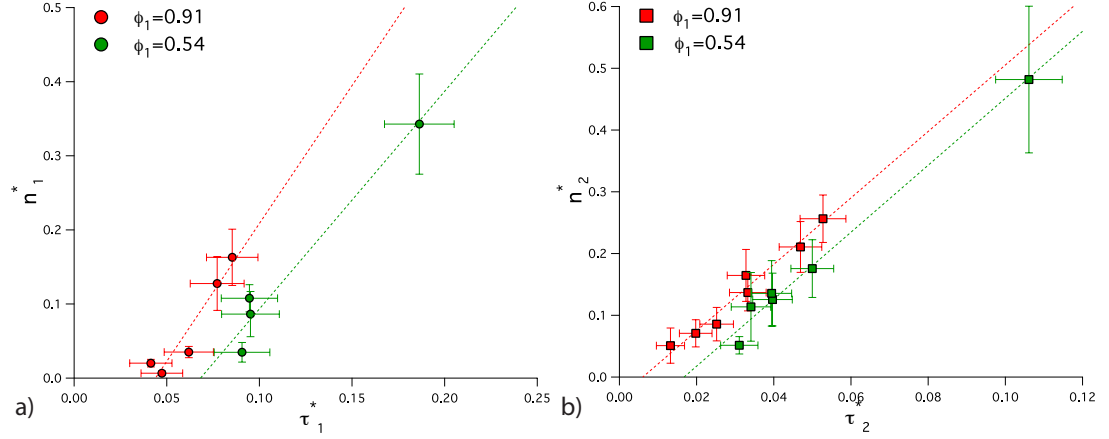


FIGURE 4.3 – a) Densités adimensionnées de petits grains en mouvement en fonction du nombre de Shields τ_1^* pour les séries 1 (rouge) et 3 (vert). b) Densités adimensionnées de gros grains en mouvement en fonction du nombre de Shields τ_2^* pour les séries 1 (rouge) et 3 (vert).

4.2 Densités de grains en mouvement en fonction du nombre de Shields

Les nombres de grains en mouvement par unité de surface de chaque taille de grain, n_1 et n_2 , sont, dans le cas stationnaire uniforme, directement proportionnels aux nombres de grains immobiles sur le lit, m_1 et m_2 . Cela provient du fait que le taux d'érosion est conditionné par la quantité de grains disponibles à la surface du lit (voir chapitre 6, section 6.1). Aussi on définit le nombre de grains en mouvement adimensionné n_i^* comme

$$n_i^* = \frac{n_i}{m_i} = \frac{n_i D_i^2}{\phi_i}, \quad i = 1, 2. \quad (4.1)$$

La figure 4.3 présente les données de n_i^* des séries 1 et 3, pour les gros et les petits grains en fonction du nombre de Shields τ_i^* . On peut constater que :

- 1. les séries pour les deux tailles de grains semblent présenter des relations linéaires avec le nombre de Shields.
- 2. Les valeurs de pentes de ces relations sont similaires entre elles aux incertitudes des mesures près.
- 3. Ces relations indiquent toutes l'existence d'une valeur de contrainte seuil en deçà de laquelle il n'y a pas de transport.
- 4. Ces valeurs de seuils apparaissent décroître avec la valeur de la fraction ϕ_1 .

Notons que les ajustements par des relations linéaires sur nos données de n_i^* ont été réalisés de la façon suivante :

- 1. On calcule la pente exacte de la tendance de nos mesures

$$pente = \sqrt{\frac{\sigma(n_i^*)^2}{\sigma(\tau_i^*)^2}}, \quad (4.2)$$

avec $\sigma(n_i^*)$ et $\sigma(\tau_i^*)$ les écart-types respectifs des jeux de valeurs de n_i^* et τ_i^* pour la série d'expériences et la taille de grain i considérées.

- 2 On procède à un ajustement par méthode des moindres carrés en fixant cette valeur de pente, et en laissant comme seul paramètre libre la valeur de la contrainte seuil. Ainsi, la valeur de contrainte seuil est extrapolée de la tendance générale de l'ensemble des données.

Par cette méthodologie, nous nous rattachons pleinement à la troisième approche de mesure de la contrainte seuil présentée dans la partie 2.2.3.

L'ensemble de ces observations suggère que toutes les données de densités de grains en mouvement se regroupent sur une seule et même tendance en fonction de $\tau_i^* - \tau_{c,i}^*$, avec $\tau_{c,i}^*$, la contrainte seuil adimensionnée issue des ajustements réalisés sur n_i^* . La figure 4.4a présente les données ainsi représentées. On constate qu'en effet, aux incertitudes de mesures près, toutes les données présentent le même comportement moyen. La courbe en tiret représente l'ajustement de l'ensemble des données. On trouve² donc la relation

$$n_i^* = (4.2 \pm 0.2) (\tau_i^* - \tau_{c,i}^*). \quad (4.3)$$

Il peut sembler sur cette figure que les séries des petits grains (cercles) présentent une tendance plus faible que celles des gros grains. Cela étant, nous attirons l'attention du lecteur sur les barres d'erreurs importantes sur les mesures de n_i^* . Par ailleurs, on rappelle que pour le cas d'un lit de composition homogène (voir figure 2.9b, p. 33) on observe également une variabilité des tendances entre les différentes tailles de grains. Toutefois, cette variabilité s'avère négligeable en comparaison des incertitudes sur les valeurs de n_i^* .

Sur la figure 4.4b on a ajouté les données obtenues par [Lajeunesse et al., 2010] pour deux autres tailles de grains, dans le cas d'un lit de composition homogène. On constate alors que : 1) la dispersion des mesures est du même ordre de grandeur pour le cas bimodal et le cas homogène. 2) Ces données sont tout à fait compatibles avec la tendance de nos données de transport bimodal.

2. Dans le cas particulier de la figure 4.4, nous avons ajusté les données en fixant la valeur de seuil à zéro, tandis que nous avons laissé libre la valeur de pente.

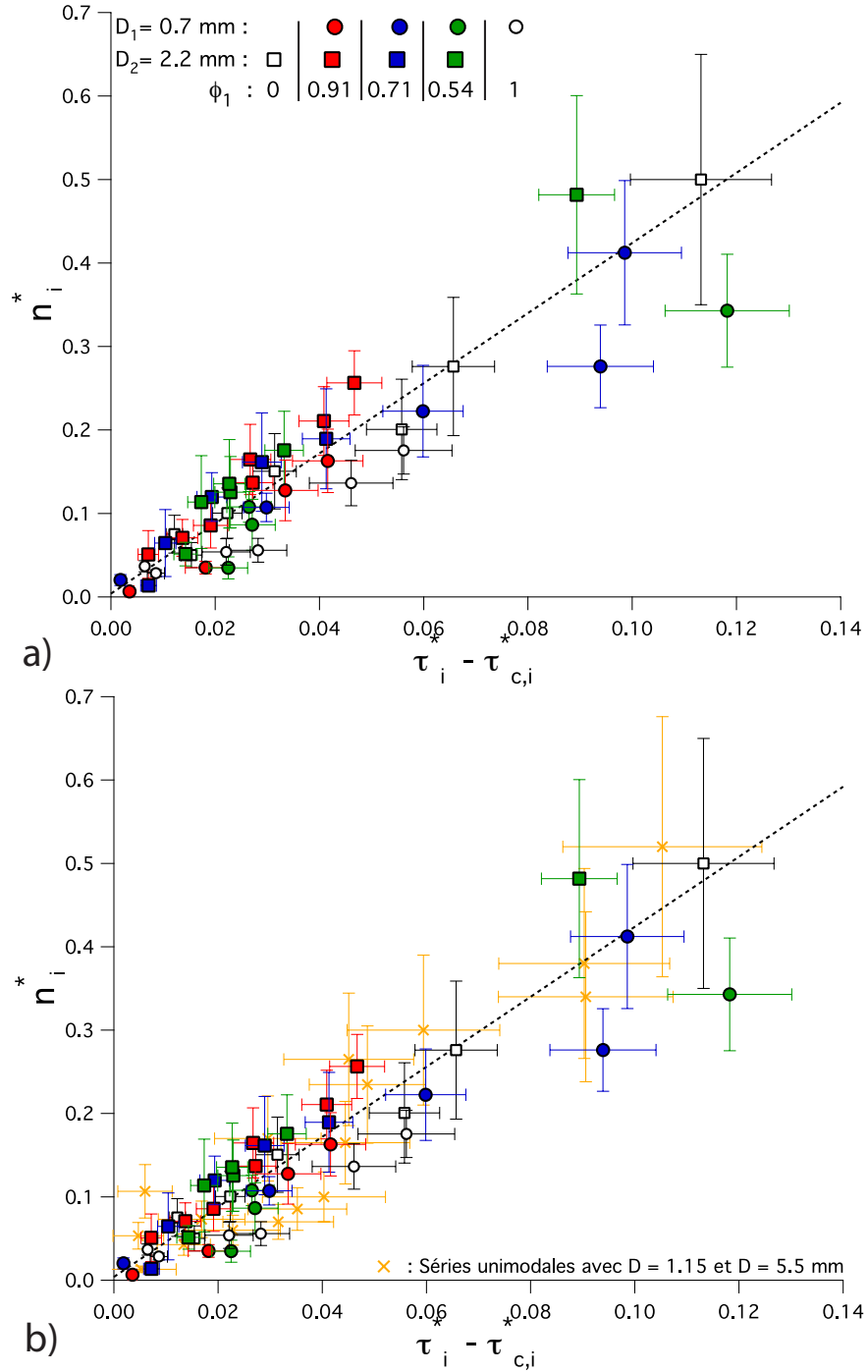


FIGURE 4.4 – a) Densités adimensionnées des gros (symboles carrés) et des petits (symboles ronds) grains en mouvement en fonction de l'écart au nombre de Shields critique ($\tau^* - \tau_{c,i}^*$) pour les séries 1 (rouge), 2 (bleu), 3 (vert) et 4 (blanc). Le tracé en tiretés correspond à l'ajustement de l'ensemble des données des séries 0 à 4 (soit sur 45 points). b) Sur le même graphe, on a ajouté l'ensemble des données de n^* obtenues pour deux séries réalisées pour des lits de composition homogène, avec des grains de diamètres 1.15 et 5.5 mm (étoiles jaunes), tirées de [Lajeunesse et al., 2010]. On a reporté en tiretés sur ce graphe l'ajustement provenant de la figure a) .

[Lajeunesse *et al.*, 2010] avait trouvé un coefficient directeur de la tendance égal à 4.6 ± 0.2 . On ne peut donc pas, au vue des incertitudes sur les mesures, discerner des tendances significativement différentes entre ces deux jeux de données. Ainsi, on peut considérer que, pour un lit composé d'une seule ou de deux tailles de grains, la relation entre n_i^* et τ_i^* reste la même.

Le fait de transporter un mélange de deux tailles de grains est donc entièrement pris en compte par la normalisation des données de n_i par ϕ_i et la détermination des contraintes seuils $\tau_{c,i}^*$, $i = 1, 2$. Ces dernières apparaissent en revanche être significativement dépendantes de la composition de la surface du lit.

4.3 Vitesses moyennes des grains en fonction du nombre de Shields

Par analogie avec les mesures de vitesses effectuées dans le cas du transport d'un lit homogène (équation (2.45), p. 32) nous traçons sur la figure 4.5a l'ensemble de nos données de vitesses moyennes adimensionnées, $V_i^* = V_i/V_{s,i}$, $i = 1, 2$, en fonction de $\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{c,i}^*}$. On note que $V_{s,i} = \sqrt{RgD_i}$ est la vitesse de sédimentation des grains de taille D_i , soit la vitesse caractéristique des grains en mouvement dans l'eau. On utilise ici les mêmes valeurs de contraintes seuil adimensionnées $\tau_{c,i}^*$, obtenues à partir des ajustement des courbes de n_i^* . On constate à nouveau, que toutes les données, compte tenu de nos barres d'erreur, se regroupent sur une même tendance.

En ajustant l'ensemble des données des séries 0 à 4, on trouve la relation

$$V^* = (5.1 \pm 0.5) \left(\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{c,i}^*} \right) + (0.11 \pm 0.02). \quad (4.4)$$

De nouveau, si on ajoute les données de transport unimodal obtenues pour d'autres tailles de grains (avec $D = 1.15$ et 5.5mm , tirées de [Lajeunesse *et al.*, 2010]), on constate qu'elles sont, elles aussi, compatibles avec la tendance de nos données de transport bimodal (voir figure 4.5b). En comparaison, la relation trouvée pour le cas d'un lit de composition homogène fait état d'une pente de 4.4 ± 0.2 , et d'une vitesse critique $V_c^* = 0.11 \pm 0.03$. On ne peut donc pas, au vue des incertitudes sur les mesures, discerner des tendances significativement différentes entre ces deux jeux de données.

On peut d'ailleurs souligner le fait que cette relation entre la vitesse moyenne adimensionnée et $\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{c,i}^*}$ se conserve, bien que la forme des distributions de vitesses instantanées des gros grains évolue avec la composition du lit.

On peut postuler à ce sujet que l'augmentation des vitesses moyennes avec ϕ_1 s'explique par le fait qu'un gros grain en mouvement sur un mélange bimodal présente un

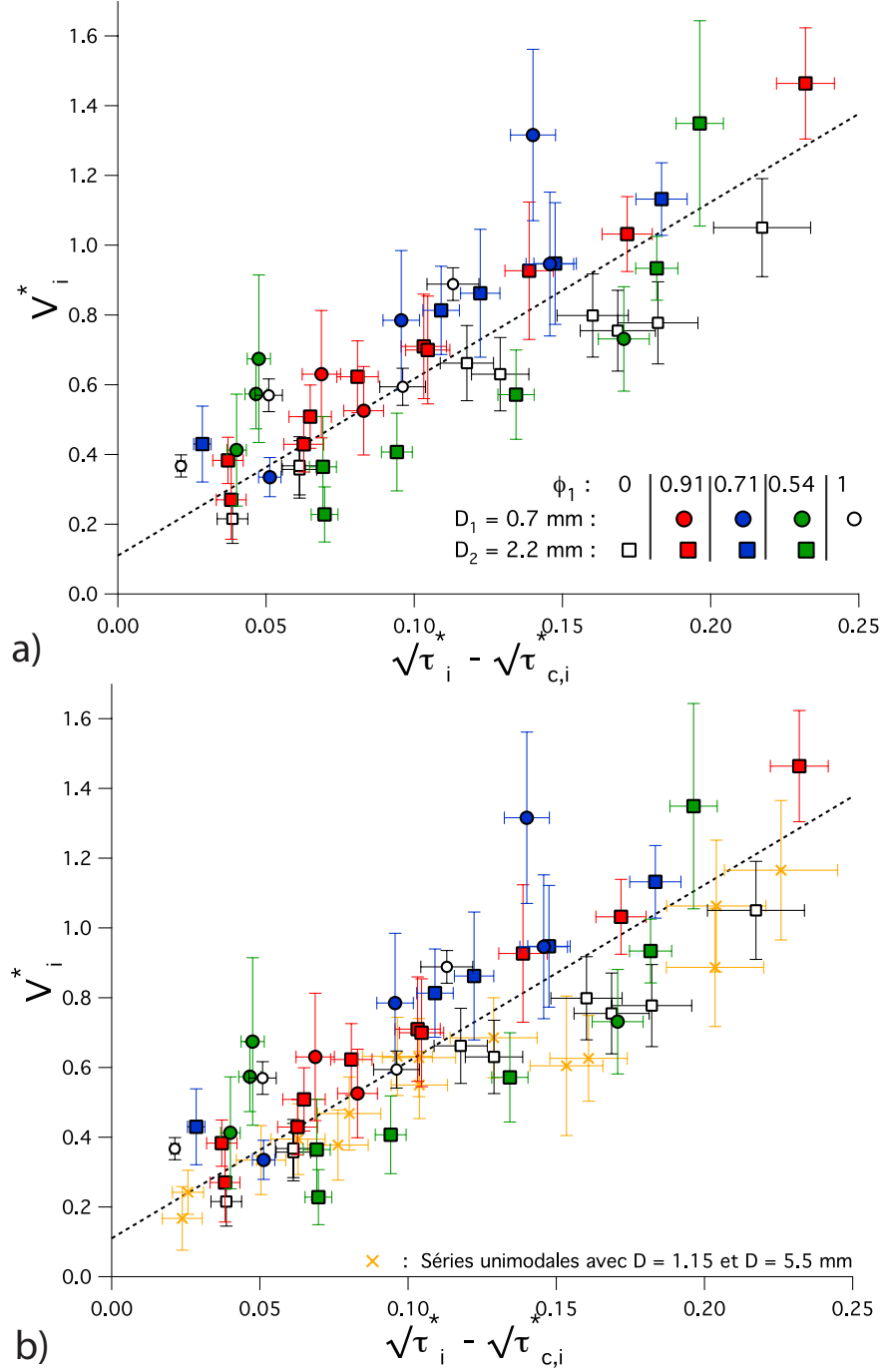


FIGURE 4.5 – a) Vitesses adimensionnées des gros (symboles carrés) et des petits (symboles ronds) grains en mouvement en fonction de l'écart à la racine carrée du nombre de Shields critique $\sqrt{\tau_i^* - \tau_{c,i}^*}$ pour les séries 1 (rouge), 2 (bleu), 3 (vert) et 4 (blanc). Le tracé en tiretés correspond à l'ajustement de l'ensemble des données des séries 0 à 4 (soit sur 44 points). b) Sur la même figure on a reporté (étoiles jaunes) l'ensemble des données de V^* obtenues pour deux séries réalisées pour des lits de composition homogène, avec des grains de diamètres 1.15 et 5.5 mm, tirées de [Lajeunesse et al., 2010]. La ligne en tiretés est l'ajustement provenant de la figure au dessus.

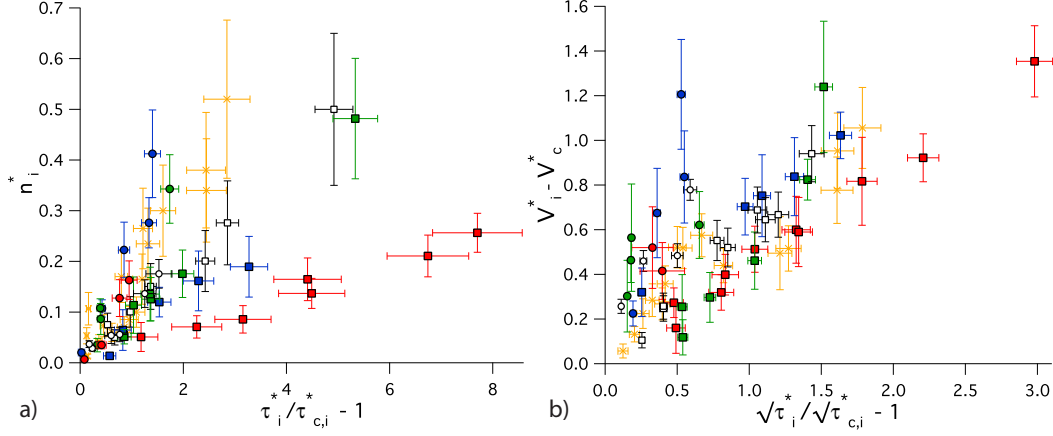


FIGURE 4.6 – a) Ensemble des données de nombres de grains en mouvement dimensionnés en fonction de $(\tau_i^*/\tau_{c,i}^* - 1)$ (mêmes symboles que les figures 4.4 et 4.5). b) Ensemble des données d'écarts de la vitesse moyenne adimensionnées des grains à la vitesse critique, V_c^* , en fonction de $(\sqrt{\tau_i^*/\tau_{c,i}^*} - 1)$ (mêmes symboles que les figures 4.4 et 4.5). Les différences apparentes de pentes entre les différentes séries et les différentes tailles résultent directement des différences de valeurs de $\tau_{c,i}^*$.

déficit de petites vitesses. Ces faibles valeurs de vitesses seraient en effet liées dans le cas d'un lit homogène, aux interactions à faible vitesse – soit plutôt pour des mouvements en roulement – du grain avec les grains de même taille que lui formant le lit. Aussi la diminution des occurrences de ces types de mouvement des gros grains dans le cas bimodal entraînerait l'observation d'un pic dans leurs distributions de vitesses. Cette idée reste toutefois largement à démontrer.

4.4 Conclusions

L'ensemble des résultats que nous avons obtenus, amène à concevoir de façon simple l'effet de la distribution des tailles de grains sur la loi de transport par charriage. En effet, pour cinq valeurs de ϕ_1 différentes, les données adimensionnées de densités de grains en mouvement et de vitesses moyennes présentent un comportement tout à fait analogue au cas d'un lit de composition homogène. En particulier, il est notable – voir surprenant – que, ni les coefficients directeurs des relations linéaires observées, ni la valeur de la vitesse critique adimensionnée ne soient différentes que le lit soit composé d'une seule ou de deux tailles.

La figure 4.6 présente l'ensemble de nos données obtenues à l'échelle des grains en

fonction cette fois du nombre de Shields normalisé par le nombre de Shields critique³ : $\tau_i^*/\tau_{c,i}^* - 1$. Cette figure montre que nos résultats expérimentaux sont valides jusque'à des valeurs de nombre de Shields de l'ordre de $\tau^* \simeq 9 \times \tau_c^*$. Lorsque l'on représente les données de la sorte, les séries expérimentales ne se regroupent pas sur une tendance unique étant donné que les contraintes seuils sont chaque fois différentes.

Il apparaît donc que la contrainte seuil est bien le paramètre essentiel à comprendre pour pouvoir prédire les variations du transport par charriage avec la composition du lit. Cette question fait l'objet du prochain chapitre.

3. Ici encore, les valeurs de $\tau_{c,i}^*$ utilisées sont celles issues des ajustements sur les courbes de densité de grains en mouvement.

Chapitre 5

Contraintes seuils de mise en mouvement pour un lit composé de plusieurs tailles de grains

Nos résultats expérimentaux montrent que l'effet de la composition du lit sur le transport par charriage, se résume à faire varier la contrainte seuil de mise en mouvement des grains. La figure 4.3 montre notamment que la contrainte seuil décroît lorsque l'on augmente la proportion de petits grains ϕ_1 . Ce phénomène a déjà été observé et commenté par de nombreuses études de terrain et de laboratoire (voir partie 2.5.3).

Dans la partie 2.2.3 on a présenté les différentes façons de mesurer la contrainte seuil dans la littérature. Cette diversité des jeux de données ajoute à notre difficulté à comprendre, encore à l'heure actuelle, l'évolution des contraintes seuils avec la distribution des tailles de grains présents sur le lit. Aussi, sur la base de notre jeu de données de contraintes seuils, on se propose dans ce chapitre de rediscuter les concepts mis en jeu pour modéliser les contraintes seuils de mise en mouvement des grains composant un lit de sédiment bimodal.

Dans un premier temps, on présentera nos données et le nouveau formalisme qu'elles nous amènent à proposer. Puis on discutera les bases d'un modèle très simple de l'évolution du coefficient de friction avec le rapport des tailles de grains sur le lit que l'on confrontera aux données expérimentales. Enfin, on étendra le formalisme statistique que nous proposons au cas d'un lit composé de N tailles de grains.

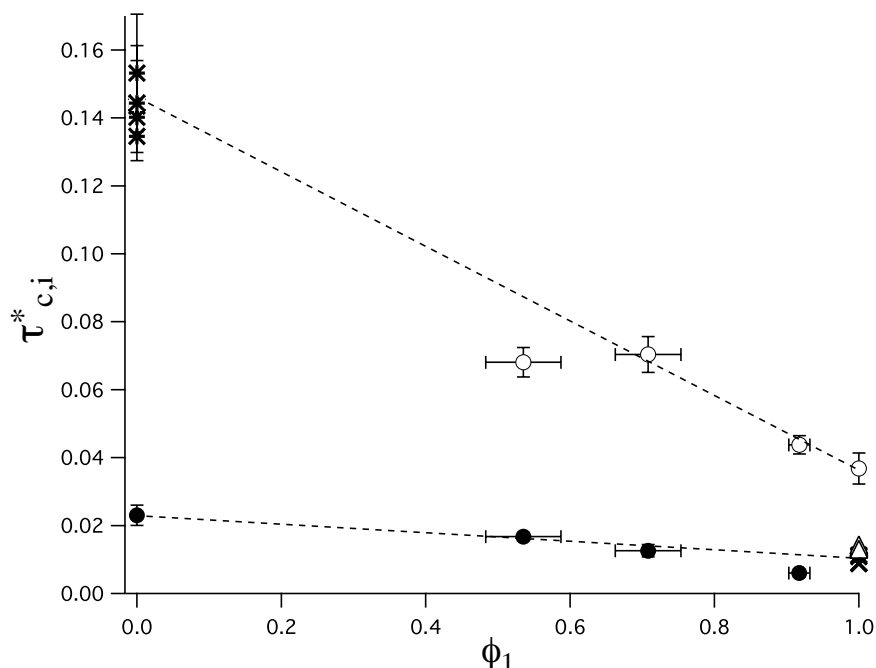


FIGURE 5.1 – Contraintes seuils adimensionnées en fonction de la proportion surfacique des petits grains. Les ronds pleins et creux représentent respectivement les valeurs pour les gros et petits grains, obtenues à partir des ajustement des courbes de n_2^* et n_1^* . Les croix et triangles représentent respectivement les valeurs de contraintes seuils estimées en posant et en enterrant à moitié un gros grain sur un lit de petits grains. Les étoiles représentent les valeurs de contraintes seuils estimées en observant un petit grain sur un lit de gros grains. Les lignes en tiretées représentent le modèle statistique pour chaque taille de grains (équations (5.2) et (5.4)), obtenu en utilisant les 4 mesures expérimentales : $\tau_{c,2/1}^*, \tau_{c,2/2}^*, \tau_{c,1/1}^*$ et $\tau_{c,1/2}^*$.

5.1 Mesures expérimentales des contraintes seuils et proposition d'un nouveau formalisme

5.1.1 Dépendance des contraintes seuils avec la fraction de petits grains

La figure 5.1 présente les données de contraintes seuils mesurées au cours de l'étude expérimentale à l'échelle des grains, présentée dans le chapitre précédent, en fonction de la fraction de petits grains de la série. Les contraintes seuils des gros et petits grains sont représentées respectivement par des ronds noirs et blancs. Les données sont par ailleurs reportées dans le tableau 5.1.

Bien que nous n'ayons pas mesuré les contraintes seuils pour toute la gamme de

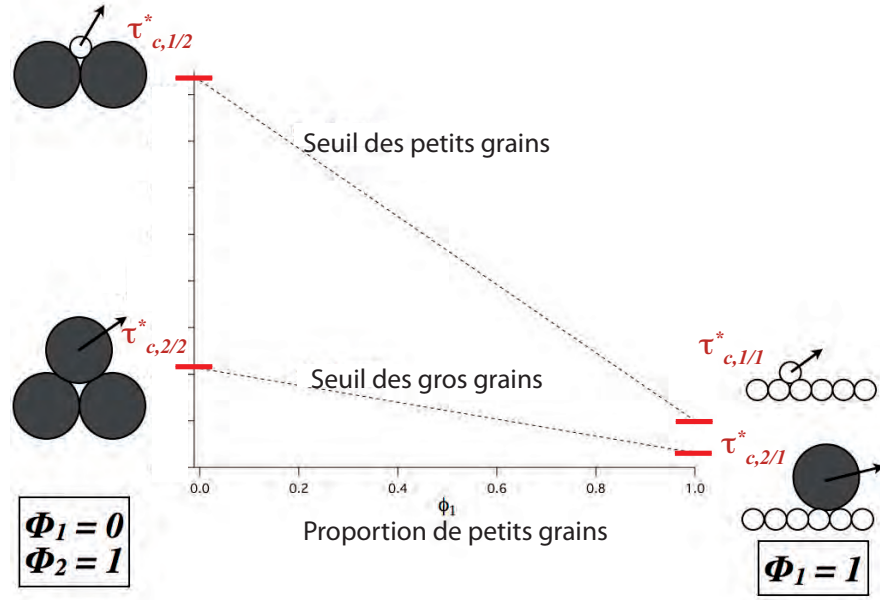


FIGURE 5.2 – Schéma du modèle statistique d'évolution des contraintes seuils dans la configuration bimodale. Les différentes valeurs de contraintes seuils à $\phi_1 = 0$ et $\phi_1 = 1$ sont choisies ici de façon arbitraire.

composition du lit, il est remarquable que l'évolution des contraintes seuils semble présenter des décroissances linéaires avec la fraction surfacique ϕ_1 . Cette observation nous amène à présenter l'évolution des contraintes seuils sous un formalisme différent.

5.1.2 Modèle statistique d'évolution des contraintes seuils

On cherche à modéliser la valeur de la contrainte seuil pour une taille donnée, $\tau_{c,i}^*$. Pour cela, celle-ci est classiquement envisagée comme la résultante directe de l'état moyen du lit, soit la rugosité moyenne du fond (voir partie 2.5.3, p. 46).

Une approche statistique de ce problème est de considérer qu'il existe une gamme de configurations géométriques possibles sur le lit et que la mesure que l'on fait de la contrainte seuil est la moyenne de ces configurations pondérées par la proportion de chacune sur le lit. Si cette idée est difficile à appréhender dans le cas à N tailles de grains à la surface du lit, la configuration bimodale que nous avons étudiée permet de la tester dans un cas simple. En effet, dans le cas bimodal, on peut considérer qu'il existe schématiquement 4 configurations possibles : les configurations d'un gros grain posé 1) sur des petits, 2) sur des gros, et à l'inverse les configurations d'un petit grain

posé 3) sur des petits, 4) sur des gros. On appelle respectivement les contraintes seuils adimensionnées associées à ces configurations : $\tau_{c,2/1}^*, \tau_{c,2/2}^*, \tau_{c,1/1}^*$ et $\tau_{c,1/2}^*$.

La figure 5.2 présente le schéma correspondant à ce modèle des tendances des seuils des petits et des gros grains avec ϕ_1 . Ces tendances signifient que, pour une valeur de ϕ_1 donnée, les deux valeurs de contraintes seuils qui en résultent sont les moyennes entre ces valeurs « extrêmes » de contraintes seuils, pondérées par la proportion de ces cas de figure à la surface du lit. Ce qui revient à écrire pour le cas des petits grains

$$\tau_{c,1}^* = \phi_1 \tau_{c,1/1}^* + \phi_2 \tau_{c,1/2}^* \quad , \quad i = 1, 2 . \quad (5.1)$$

Ce formalisme équivaut à considérer que pour une composition de lit donnée, si on fait l'expérience un grand nombre de fois de poser un petit grain à la surface, il a une probabilité ϕ_1 de se retrouver avec une valeur de contrainte seuil $\tau_{c,1/1}^*$, et une probabilité ϕ_2 de se retrouver avec une valeur de contrainte seuil $\tau_{c,1/2}^*$.

Car nous sommes dans le cas strictement bimodal, on peut réécrire l'expression (5.1) comme

$$\tau_{c,1}^* = (\tau_{c,1/1}^* - \tau_{c,1/2}^*) \phi_1 + \tau_{c,1/2}^* . \quad (5.2)$$

De la même manière, on peut écrire la contrainte seuil adimensionnée des gros grains comme

$$\tau_{c,2}^* = \phi_1 \tau_{c,2/1}^* + \phi_2 \tau_{c,2/2}^* \quad , \quad i = 1, 2 . \quad (5.3)$$

soit

$$\tau_{c,2}^* = (\tau_{c,2/1}^* - \tau_{c,2/2}^*) \phi_1 + \tau_{c,2/2}^* . \quad (5.4)$$

Pour tester ce raisonnement, nous avons réalisé des expériences complémentaires, afin d'estimer les valeurs de contraintes seuils dans deux configurations particulières :

- Configuration 1 : la valeur de la contrainte seuil de mise en mouvement des gros grains quand $\phi_1 = 1$. Soit la valeur de $\tau_{c,2/1}^*$.
- Configuration 2 : la valeur de la contrainte seuil de mise en mouvement des petits grains quand $\phi_1 = 0$. Soit la valeur de $\tau_{c,1/2}^*$.

Ces deux configurations, qui sont les cas asymptotiques de notre système bimodal, nécessitent de faire des mesures visuelles de la contrainte seuil de mise en mouvement.

En pratique, pour la configuration 1, on a posé un gros grain sur un lit de petits, au milieu du canal expérimental, soumis à une contrainte cisailante donnée (bien inférieure à la contrainte seuil), et ensuite, on a progressivement élevé la contrainte (en montant le débit d'eau dans le canal), jusqu'à ce que le grain soit entraîné. Pour ces expériences on a posé comme critère d'observation du seuil de mise en mouvement le déplacement du grain observé sur la distance de la longueur de la taille du grain devant lui. On recommence l'opération un certain nombre de fois en refaisant le lit de petits grains et en posant un gros grain différent. Les données de ces observations sont représentées par des triangles (\triangle) sur la figure 5.1. Par ailleurs, on a fait les mêmes expériences en posant régulièrement un grain sur le lit, avant chaque fois où l'on élevait la contrainte. De cette façon on s'affranchit du phénomène d'enfoncement¹ du grain dans le lit, et pour voir si un grain uniquement déposé, présentait un seuil notablement plus bas. Ces observations sont reportées sur la figure 5.1 et représentées par des croix (\times). On peut constater que la variation entre ces deux types de mesure est comprise dans l'amplitude de la barre d'erreur des mesures.

Pour la configuration 2, on a réalisé qu'un seul type d'expériences, en lâchant régulièrement un petit grain sur un lit composé de gros, avant d'élever la contrainte. En procédant ainsi, on a toujours un grain qui reste visible par l'observateur (i.e. : ne tombe pas entre, puis sous les gros grains). À nouveau, on a posé comme critère d'observation du seuil de mise en mouvement le déplacement du grain sur la distance de la longueur de la taille du grain qui est devant lui. L'expérience est renouvelée plusieurs fois, et les mesures obtenues sont reportées sur la figure 5.1 et représentées par des étoiles (*).

Bien qu'on ait dû obtenir ces données de contraintes seuils par un protocole différent² de celui des données symbolisées par des ronds, il est envisageable de les comparer car leur acquisition s'est faite dans des conditions tout à fait similaires (mêmes sédiments, même canal, et même protocole de préparation du lit). Par ailleurs, nous avons répété un nombre suffisant de fois les expériences par détermination visuelle, pour constater la constance de la valeur mesurée de contrainte seuil. Aussi, il est remarquable que les valeurs moyennes obtenues pour les configurations particulières 1 et 2 confortent le modèle statistique d'une décroissance linéaire des contraintes seuils avec la fraction surfacique ϕ_1 .

Sur la figure 5.1, nous avons tracé les deux relations linéaires proposées par le modèle statistique (équations (5.2) et (5.4)), en utilisant les quatre valeurs de contraintes seuils estimées expérimentalement pour les quatre configurations de notre système bimodal

1. Cet enfoncement peut être dû au fait que des petits grains sont transportés aux alentours du gros grain observé.

2. Or on sait qu'il existe toujours un biais systématique lié à la méthode de mesure.

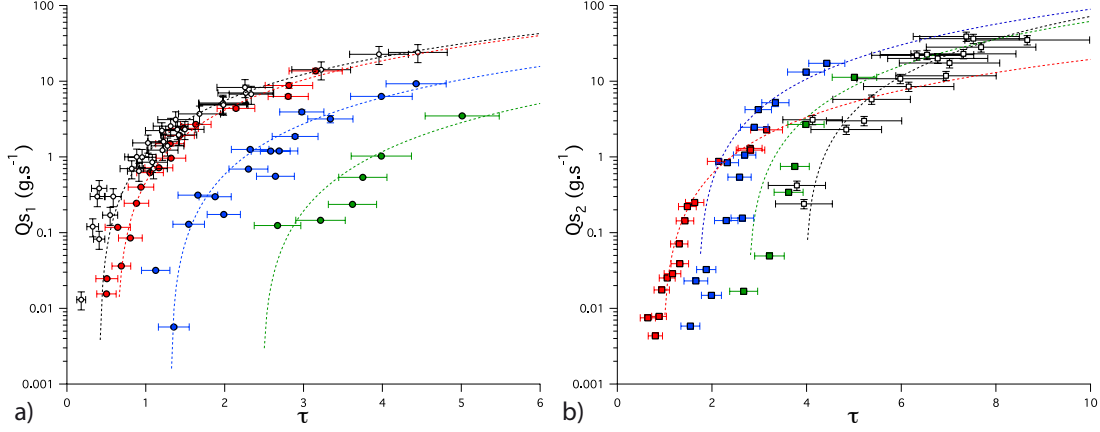


FIGURE 5.3 – a) Courbes de flux transport des petits grains. b) Courbes de flux transport des petits grains. Avec respectivement en rouge, bleu et vert les séries bimodales 1 ($\phi_1 = 0.9$), 2 ($\phi_1 = 0.63$) et 3 ($\phi_1 = 0.23$). Les données de transport en granulométrie homogène obtenues par *Lajeunesse et al.* [2010] sont représentées par les symboles noirs ouverts.

$$(\tau_{c,2/1}^*, \tau_{c,2/2}^*, \tau_{c,1/1}^* \text{ et } \tau_{c,1/2}^*).$$

Cela étant, on est en droit de se demander si l'observation de cette relation linéaire est vraie au-delà de ces expériences spécifiques, réalisées pour un lit composé du jeu de tailles $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 2.2 \text{ mm}$.

5.1.3 Évolution des contraintes seuils pour un jeu de tailles de grains différent

Pour tester ce modèle statistique, on dispose d'autres séries de données de transport en masse, pour un mélange bimodal caractérisé par $D_2/D_1 = 5$ (voir tableau 5.1). Ce jeu de données a été réalisé en amont de cette thèse³ avec le même dispositif expérimental et les mêmes protocoles de mesure, qui ont été détaillés dans les parties 3.1, 3.2, 3.3.1 et 3.4. Leurs différences avec le jeu de données précédent sont les suivantes :

- Elles ont été effectuées avec un mélange de grains de quartz de tailles $D_1 = 1.15 \pm 0.1 \text{ mm}$ et $D_2 = 5.5 \pm 0.5 \text{ mm}$. Ces grains sont les mêmes que ceux utilisés pour les séries 1 et 3 des expériences de *Lajeunesse et al.* [2010].
- La mesure de la fraction ϕ_1 a été réalisée par détection semi-automatique. C'est à dire en détectant automatiquement les gros grains - coloriés en noir - à l'image (voir la partie 3.3.1, p. 62).

3. Au cours du stage de M2 de l'auteure de ce manuscrit.

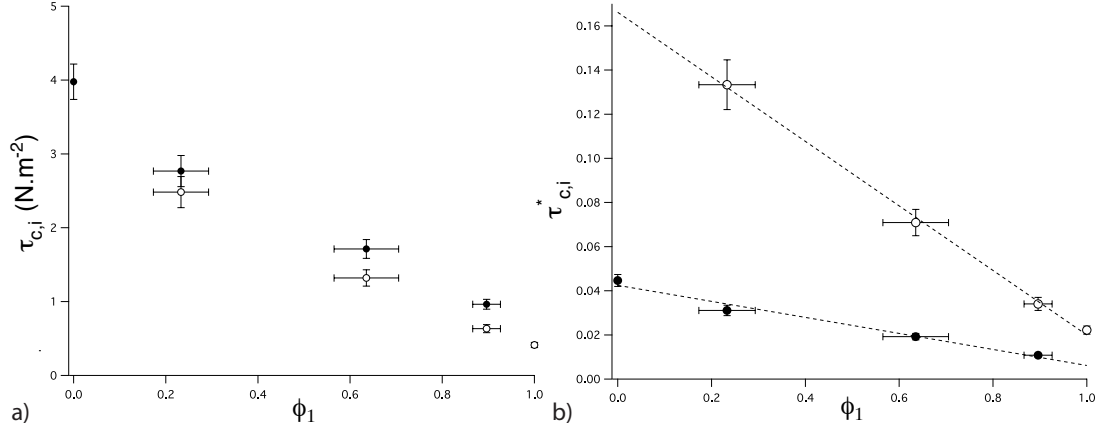


FIGURE 5.4 – a) Les contraintes seuils dimensionnées issues des ajustements de la figure 5.3 en fonction de la fraction surfacique de petits grains. b) Les contraintes seuils adimensionnées en fonction de la fraction surfacique de petits grains. Les tracés en tiretés sont des ajustements des données par des droites.

- Ces séries d’expériences bimodales n’ont pas fait l’objet de mesures à l’échelle des grains. Nous ne disposons donc pas de mesures de V_i et n_i pour les séries 1 à 3 de cette étude. Les coefficients directeurs α et β^4 n’ont donc pas été calibrés pour ce jeux de données.

Pour cette raison nous ajustons directement les différentes courbes de données brutes de flux de transport (en $g.s^{-1}$) obtenues en fonction de la contrainte τ (en $N.m^{-2}$) par la fonction

$$Qs_i = a(\tau - \tau_{c,i}) (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_{c,i}} + V_{c,i}) , \quad (5.5)$$

en posant le coefficient directeur a et la contraintes seuil $\tau_{c,i}$ comme des paramètres ajustables^{5 6}. La figure 5.3 présente l’ensemble des courbes de flux de transport de ces séries d’expériences ainsi que leurs ajustements par la fonction (5.5).

L’ensemble des données de contraintes seuil obtenues à partir des ajustements de ces données de flux de transport sont reportées dans le tableau 5.1 et tracées en fonction de la fraction surfacique ϕ_1 figure 5.4.

4. i.e. les coefficients directeurs des tendances de n_i^* et V_i^* avec le nombre de Shields τ_i^* .

5. Pour réaliser ces ajustements, on a fixé $V_{c,i}$, pour les deux tailles de grains, égale à : $V_c^* \times V_{s,i}/\alpha$. Avec $V_c^* = 0.11$ et $\alpha = 5.1$ (voir chapitre précédent).

6. On notera que nous avons procédé de la même façon pour estimer la contrainte seuil des séries monodisperses acquises par *Lajeunesse et al.* [2010].

On peut constater que ce second jeu de données montre également une décroissance linéaire des contraintes seuils avec ϕ_1 . Cela appuie la validité du modèle que nous proposons d'un comportement statistique des contraintes seuils dans le cas d'un mélange bimodal.

Notons par ailleurs que les valeurs de coefficients directeurs a obtenues sont du même ordre de grandeur que celles issues du jeu de données présenté dans le chapitre précédent, provenant de mesures de n_i^* et V_i^* . Cela suggère que les paramètres α et β dépendent faiblement du rapport D_2/D_1 dans le cas bimodal. Pour discuter d'avantage de cette éventuelle dépendance il nous faudrait davantage de jeux de données pour divers rapports D_2/D_1 , et obtenus avec le même protocole de mesure de ϕ_1 .

5.1.4 Conclusion provisoire

Ce modèle est satisfaisant quant à sa capacité à expliquer très simplement l'évolution des contraintes seuils avec les proportions des grains à la surface. En outre, il repose autrement la problématique de la modélisation des contraintes seuils.

En effet, si la décroissance linéaire des contraintes seuils avec la fraction de petits grains semble claire, elle fait appel à la connaissance des valeurs de contraintes seuils des quatre configurations particulières du lit de sédiment :

- Les valeurs dans le cas où le lit est de composition granulométrique homogène, c'est à dire les contraintes seuils correspondant aux cas où un grain de taille donnée est posé sur des grains de la même taille que lui. Ces valeurs peuvent théoriquement être prédites en fonction du nombre de Reynolds particulière, par la courbe des nombres de Shields critiques [*Shields*, 1936; *Buffington and Montgomery*, 1997]⁷.
- Les valeurs asymptotiques de configurations géométriques, soit la contrainte seuil d'un gros grain posé sur un lit de petits, et celle d'un petit grain posé sur un lit de gros. Nous ne connaissons pas a priori ces valeurs, qui peuvent être fonctions de plusieurs paramètres, notamment des rapports D_2/D_1 , H/D_1 et H/D_2 , mais également des caractéristiques du profil de vitesses de l'écoulement.

7. Toutefois, on rappelle que l'ensemble des données expérimentales de la littérature présentent une dispersion importante (voir la figure 2.5, p. 24).

Série	D_2/D_1	ϕ_1	$\tau_{c,1}^*$	$\tau_{c,2}^*$
0	3	1	0.037 ± 0.004	$0.011 \pm 0.001^*$
1	3	0.91 ± 0.01	0.044 ± 0.003	0.006 ± 0.001
2	3	0.71 ± 0.05	0.07 ± 0.005	0.013 ± 0.002
3	3	0.54 ± 0.05	0.068 ± 0.004	0.017 ± 0.001
4	3	0	$0.143 \pm 0.014^*$	0.0230.003
0	5	1	0.022 ± 0.002	-
1	5	0.9 ± 0.03	0.034 ± 0.003	0.011 ± 0.001
2	5	0.63 ± 0.07	0.071 ± 0.006	0.019 ± 0.001
3	5	0.23 ± 0.06	0.133 ± 0.011	0.044 ± 0.003
4	5	0	-	0.037

TABLE 5.1 – Données de contraintes seuils adimensionnées pour chacune des séries d'expériences. Haut du tableau : Données obtenues pour le lit de sédiment formé de $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 0.8mm$. Les séries 0 à 3 ont été réalisées au cours de cette thèse, tandis que la série 4 a été réalisée par *Lajeunesse et al.* [2010]. * : ces valeurs ont été obtenues par déterminations visuelles. Haut du tableau : Données obtenues pour le lit de sédiment formé de $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 0.8mm$. Les séries 1 à 3 ont été réalisées au cours de cette thèse, tandis que les séries 1 et 4 ont été réalisées par *Lajeunesse et al.* [2010].

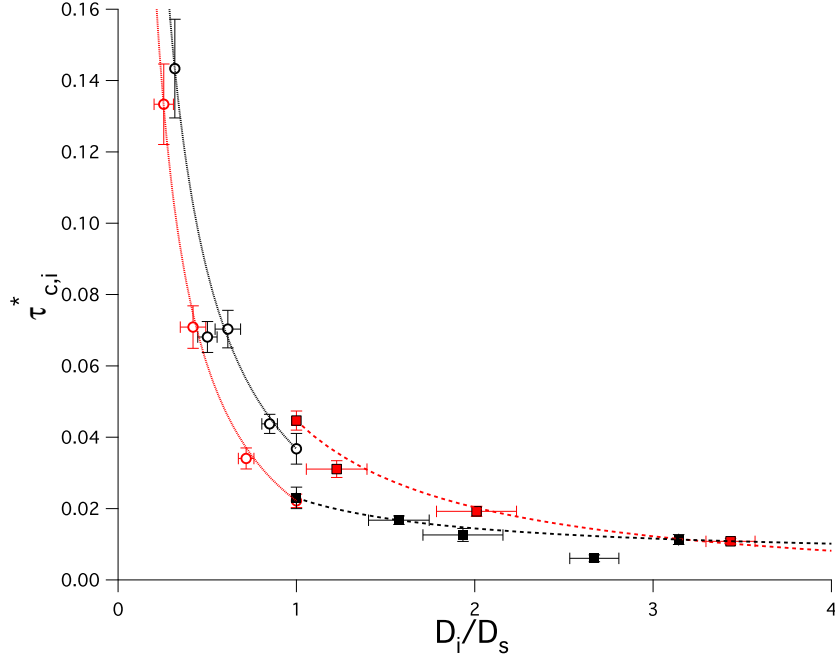


FIGURE 5.5 – Contraintes seuils adimensionnées pour les grains de tailles D_i en fonction du rapport des diamètres D_i/D_s . En noir les données des expériences réalisées avec les tailles $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 2.2$ mm, et en rouge les données des expériences réalisées avec les tailles $D_1 = 1.15$ et $D_2 = 5.5$ mm. Les symboles ronds et creux représentent les contraintes seuils des petits grains, tandis que les symboles carrés et pleins représentent les contraintes seuils des gros grains.

5.2 Discussion de nos résultats en regard de l'approche proposée dans la littérature

La majorité des précédentes études ont eu une approche différente de la notre : à partir d'expériences de transport par charriage d'un nombre important de différentes tailles de grains ($N > 2$), elles mettent à jour un jeu de contraintes seuils $\tau_{c,i}^*$ correspondant à chacune des tailles [Parker et al., 1982; Wilcock and Crowe, 2003]. Dans ces travaux la façon usuelle d'appréhender l'évolution des contraintes seuil en fonction de la composition du lit est d'estimer les grandeurs moyennes : D_c et $\tau_{c,c}^*$. D_c étant généralement le D_{50} de la courbe granulométrique.

Ainsi, les auteurs recherchent habituellement à expliquer l'ensemble des valeurs observées de contraintes seuils par ces grandeurs moyennes de l'état du lit.

L'idée que nous avons développée ici (voir figure 5.2) est une approche foncièrement différente : la valeur observée – au travers des courbes de transport – de contrainte seuil

d'une taille de grain donnée est la résultante de la statistique des configurations à la surface du lit.

Afin de discuter cette approche communément présentée dans la littérature, nous avons tracé sur la figure 5.5 nos valeurs de contraintes seuils obtenues expérimentalement en fonction de D_i/D_s , en calculant cette fois D_s pour chaque série comme étant

$$D_s = \phi_1(D_1 - D_2) + D_2 , \quad (5.6)$$

ce qui vérifie les égalités $D_s = D_1$ pour $\phi_1 = 1$ et $D_s = D_2$ pour $\phi_1 = 0$.

Par ailleurs, on rappelle que dans la section 3.3.2, nous avons montré que la rugosité du lit de nos expériences est proportionnelle à $\phi_1(D_1 - D_2) + D_2$. On utilisera donc ici cette valeur de D_s comme la représentation de la hauteur caractéristique de la topographie du lit ; ce qui est généralement la signification que l'on veut prêter au diamètre caractéristique d'une granulométrie.

À la lecture de la figure 5.5 on constate que toutes les données ne se regroupent pas sur une même tendance. En effet, d'une part, du fait des différents nombres de Reynolds particulière de chaque taille de grains, leurs valeurs de contraintes seuil pour le cas homogène (ie $D_i/D_s = 1$) sont significativement différentes. D'autre part, si toutes les données présentent une décroissance avec le rapport D_i/D_s , chacune des taille semble présenter une tendance différente.

Nous nous proposons ici de reprendre simplement les formulations (5.2) et (5.4) du modèle statistique que nous proposons, et de le combiner avec l'estimation de D_s dans nos expériences. En effet, l'équation (5.6) implique

$$\phi_1 = \frac{D_2 - D_s}{D_2 - D_1} \quad (5.7)$$

On obtient alors pour les deux tailles de grains

$$\tau_{c,i}^* = -(\tau_{c,i/2}^* - \tau_{c,i/1}^*) \left(\frac{D_2 - D_s}{D_2 - D_1} \right) + \tau_{c,i/2}^* , \quad i = 1, 2 , \quad (5.8)$$

soit

$$\tau_{c,i}^* = A_i \left(\frac{D_s}{D_2 - D_1} \right) + B_i , \quad i = 1, 2 , \quad (5.9)$$

avec

$$A_i = \tau_{c,i/2}^* - \tau_{c,i/1}^* \quad , \quad B_i = \tau_{c,i/2}^* - (\tau_{c,i/2}^* - \tau_{c,i/1}^*) \left(\frac{D_2}{D_2 - D_1} \right) \quad , \quad i = 1, 2 . \quad (5.10)$$

Afin de faire apparaître explicitement le rapport D_s/D_i , on peut re-exprimer l'expression (5.9) pour chacune des tailles, soit

$$\tau_{c,1}^* = \frac{A_1}{\frac{D_2}{D_1} - 1} \left(\frac{D_s}{D_1} \right) + B_1 \quad , \quad (5.11)$$

$$\tau_{c,2}^* = \frac{A_2}{1 - \frac{D_1}{D_2}} \left(\frac{D_s}{D_2} \right) + B_2 \quad . \quad (5.12)$$

Une fois notre modèle bimodal des contraintes seuils reformulé de la sorte, on constate alors qu'il n'y a pas de raison de penser que les contraintes seuil des deux tailles grains suivent la même tendance avec D_s/D_i , car les termes A_i et B_i n'ont à priori pas de raisons d'être les mêmes. Par ailleurs, le rapport des deux tailles D_2/D_1 intervient directement dans la pente des relations (5.11) et (5.12). Aussi, il n'y a à priori pas de raison que notre jeu de données pour $D_2/D_1 = 5$ suive les mêmes tendances que celui pour $D_2/D_1 = 3$. Nous avons reporté les relations (5.11) et (5.12) (qui sans surprises se superposent aux données) sur la figure 5.5, afin d'illustrer les différences de tendances entre les 4 jeux de données.

5.3 Discussion de la prédiction des valeurs asymptotiques de contraintes seuils

Pouvoir prédire ces valeurs singulières de contraintes seuils permettrait alors d'estimer entièrement le transport par charriage d'un sédiment bimodal. Nous allons ici présenter et discuter quelques éléments pour tendre vers cette prédiction.

Pour pouvoir comparer nos raisonnements à nos données, nous nous placerons sous des hypothèses générales qui sont celles de nos expériences. A savoir :

- Le rapport des diamètres de grains D_2/D_1 est modéré, tel qu'on ait pas enfouissement des grosses particules.
- La fraction de grosses particules dans le mélange n'est pas trop élevée, afin d'éviter le phénomène de ségrégation par tamisage, c'est-à-dire la chute des petites particules entre les grosses.
- Le rapport H/D_2 est suffisamment grand (≥ 4 dans nos expériences) de sorte que les plus grosses particules sont totalement immergées et ne déforment pas la surface

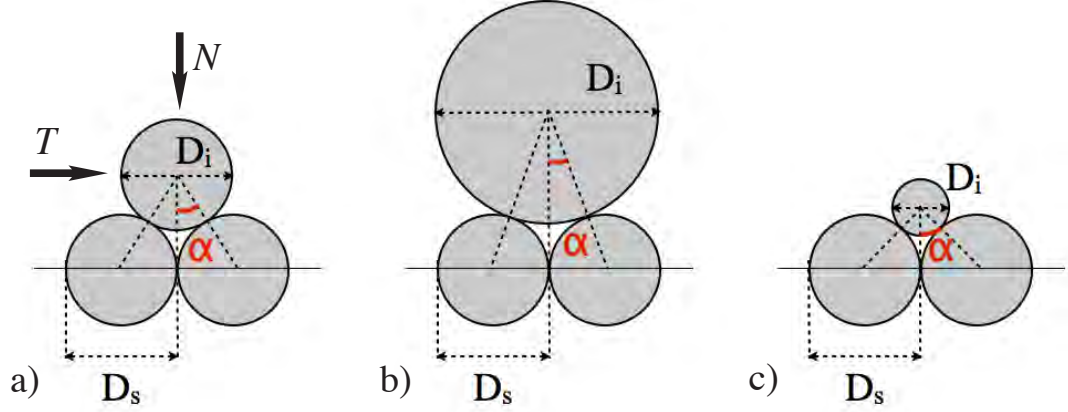


FIGURE 5.6 – Schémas de la configuration géométrique A pour une particule de diamètre D_i reposant sur un lit de particules de tailles D_s , dans les configurations a) $D_i = D_s$, b) $D_i > D_s$ et c) $D_i < D_s$.

de l'eau.

Par ailleurs, il s'agit ici de se donner une description des effets au premier ordre, aussi on raisonnera dans un espace à deux dimensions (x, y) .

5.3.1 Évolution du coefficient de friction μ avec le rapport des tailles

Avant de considérer le problème complet d'un grain posé sur d'autres et soumis à un écoulement, nous allons nous attacher à décrire la situation à sec.

La figure 5.6 illustre plus en détail comment varie l'angle α de la surface de contact avec la verticale en fonction du rapport des tailles dans le cas des configurations A-A' défini dans la prochaine section.

On appelle respectivement T et N les composantes tangentielle et normale à la surface du lit des forces qui s'appliquent sur le grain. On peut alors écrire le bilan des forces, en projetant sur le plan de contact

$$F_T = T \cos \alpha - N \sin \alpha , \quad (5.13)$$

$$F_N = T \sin \alpha + N \cos \alpha . \quad (5.14)$$

Au seuil de mise en mouvement à l'échelle du plan de contact, on a

$$\frac{F_T}{F_N} = \tan \delta . \quad (5.15)$$

avec δ , l'angle de friction microscopique entre les particules.

En utilisant cette relation et les relations (5.13) et (5.14), on peut écrire la relation entre le coefficient de friction macroscopique à l'échelle du milieu granulaire, μ , et le coefficient de friction du matériaux δ

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{\tan \alpha + \tan \delta}{1 - \tan \alpha \tan \delta} = \tan(\delta + \alpha) . \quad (5.16)$$

À présent, nous devons prendre en compte la dépendance de l'angle α avec le rapport D_i/D_s , avec D_s la taille du diamètre des grains sur lequel repose le grain dont on veut estimer la contrainte seuil.

5.3.2 Le choix d'une géométrie d'empilement

On cherche à modéliser l'effet du rapport D_i/D_s sur l'angle α de contact entre grains. Pour cela il est nécessaire de se donner un cadre géométrique reliant les grains entre eux à la surface du lit. Si dans la réalité, il existe un continuum de configurations possibles (cf figure 2.13, p. 38) nous allons raisonner en supposant qu'il existe une position moyenne d'un grain posé sur le lit, permettant de prédire la valeur moyenne de contrainte seuil. La figure 5.7a présente, en deux dimensions, trois configurations possibles, pour le cas d'un grain posé sur des grains plus petits (A, B et C), et à l'inverse sur des grains plus gros (A', B' et C'). Elles correspondent à trois hypothèses différentes quant à la position moyenne du grain considéré à la surface :

- A. Le grain est posé en équilibre sur le lit tel que les grains sous-jacents sont en contact direct. C'est l'hypothèse qui place le barycentre du grain considéré le plus haut vis à vis de l'altitude moyenne du lit. Cela implique la relation

$$\sin \alpha = \frac{D_s}{D_s + D_i} , \quad (5.17)$$

avec α l'angle de la surface de contact avec la verticale (voir figure 5.6). La figure 5.7b présente les trois fonctions de α avec D_i/D_s .

- B. Le bas du grains est au niveau de l'altitude moyenne du lit (en tiretés noirs sur la figure 5.7). Cela implique cette fois la relation

$$\cos \alpha = \frac{D_i}{D_s + D_i} . \quad (5.18)$$

- C. Le barycentre du grain est toujours au niveau de l'altitude moyenne du lit.

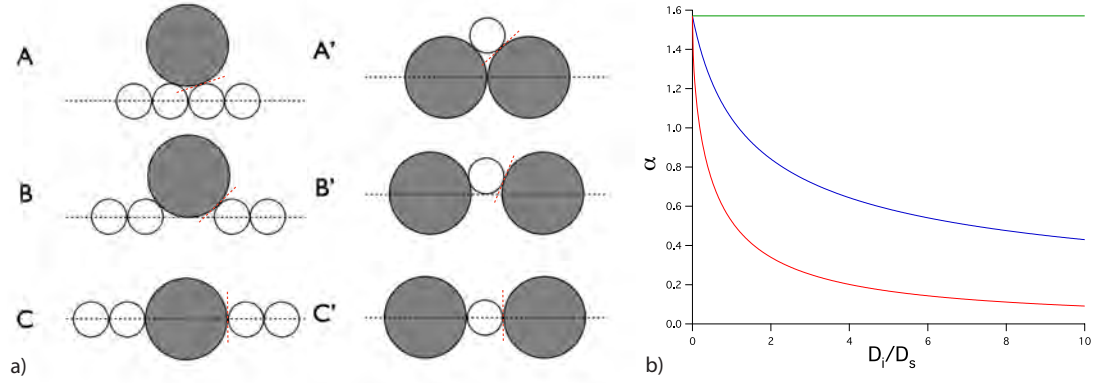


FIGURE 5.7 – a) Vues schématiques en 2 dimensions de trois configurations possibles dans le cas d'un mélange de deux tailles de particules. La ligne pointillée rouge indique l'angle de contact de la particule avec celle qui la côtoie. b) Évolution de l'angle α (en radian) avec D_i/D_s . En rouge pour la configuration A, en bleu pour la configuration B et en vert pour la configuration C.

Dans ce cas particulier, l'angle α est fixé égale à $\pi/2$, soit

$$\cos \alpha = 0 . \quad (5.19)$$

On peut noter qu'on a considéré ici des particules toujours dans des configurations symétriques, c'est-à-dire une grosse entre deux petites et inversement. Or il est probable, notamment une fois que l'on commence à transporter, que le cas asymétrique – une particule devant une petite et bloqué par une grosse – soit fréquent.

La figure 5.8a compare les modèles simples des configurations A et B (soit le calcul de μ avec les équations (5.16), (5.17) et (5.18), en utilisant des valeurs arbitraires de δ) aux données obtenues par *Miller and Byrne* [1966]. Ces expériences ont été réalisées en posant un grain sur un lit inclinable formé de grains fixés de même nature, et en mesurant l'angle à partir duquel le grain bouge. Les auteurs ont ainsi estimé la valeur de μ en faisant varier la nature des grains, et le rapport entre la taille du grain mobile et celle des grains formant le lit. Le schéma du dispositif utilisé par *Miller and Byrne* [1966] est présenté sur la figure 5.8b.

Les courbes rouges de la figure 5.8a, correspondent au modèle dans la configuration géométrique A. On peut constater un bon accord entre les données et la forme de la fonction proposées dans le cas des sphères. Par ailleurs, les valeurs de δ utilisées pour tracer les trois courbes (20, 30 et 40° respectivement pour les sphères, le sable et les quartzites pilées) sont de l'ordre de grandeur des coefficients de friction entre

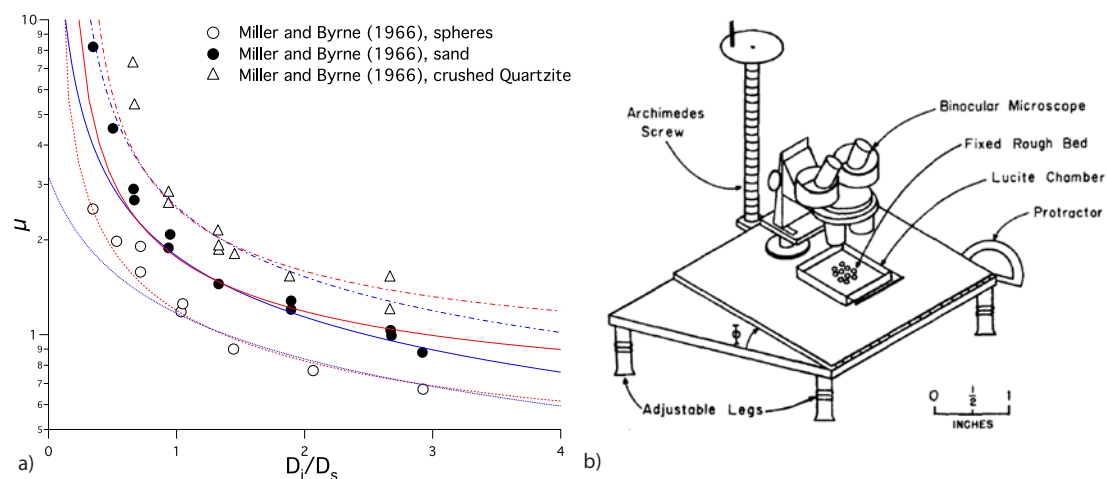


FIGURE 5.8 – a) Les symboles représentent des données de coefficient macroscopique de friction μ , obtenues en plaçant un grain sur un lit fixe de même nature; extraites de *Miller and Byrne* [1966]. Respectivement, les ronds blancs, noirs, et les triangles représentent de coefficient de friction μ pour des sphères parfaites, des grains de sables, et des grains de quartzite broyée. Les lignes rouges correspondent à la fonction (5.17), tracées pour $\delta = 20, 30$ et 40° . Les lignes bleues correspondent à la fonction (5.18), tracée pour $\delta = -10, 0$ et 10° . b) Dispositif expérimental utilisé par *Miller and Byrne* [1966] (figure tirée de *Miller and Byrne* [1966]).

surfaces minérales. En ce qui concerne les expériences réalisées avec des matériaux naturels, l'accord est moins bon lorsque D_i devient inférieur ou égal à D_s . Cet écart peut s'expliquer par les complexités de contacts que peuvent engendrer des objets plus anguleux, augmentant plus drastiquement le seuil de mise en mouvement d'un petit grain reposant sur des gros. Cela étant, nous rappelons que ce modèle en 2D ne peut, de fait, prédire parfaitement une configuration 3D. La figure 5.8 montre donc qu'au premier ordre, la forme de décroissance de μ avec le rapport des tailles D_i/D_s est bien approchée par ce modèle simple.

Les courbes bleues de la figure 5.8a, correspondent à la configuration géométrique B, en utilisant différentes valeurs de δ . On observe alors que le modèle d'empilement de type B ne parvient pas à prédire en valeur absolue les données de μ obtenues avec des sphères. En effet la courbe en tirets bleue passant par les points a été tracée pour $\delta = -10^\circ$. 2) Il apparait que la tendance de la décroissance de μ est d'avantage approchée par le modèle rouge (configuration A) pour le cas de l'empilement de sphères, qui est l'hypothèse des deux modèles géométriques.

Ces observations nous incitent à préférer le modèle reposant sur la configuration A, cependant, il est nécessaire d'être prudent quand à l'extrapolation de ces données expérimentales aux cas d'un lit de sédiment érodable. Il est notamment probable que le protocole expérimental de *Miller and Byrne* [1966] - un grain posé sur un lit de grains fixés - présente préférentiellement la configuration géométrique A.

Cela étant, il n'existe pas à notre connaissance de jeux de données similaires réalisées avec un lit érodable, c'est-à-dire où tous les grains du lit sont laissés libres. C'est un manque notable pour discuter davantage de la variation du coefficient μ dans les rivières.

5.3.3 Évolution de τ_c^* avec le rapport des tailles

On peut à présent inclure ce modèle de friction (équation (5.16) dans la formulation générale du seuil présentée équation (2.30) (p. 25), en utilisant la relation géométrique (5.17) établie pour la configuration A. De cette façon on obtient

$$\tau_c^* = \frac{c_p}{c_c} \frac{1}{\frac{C_l}{C_f} + 1/\tan\left[\delta + \arcsin\left(\frac{1}{1+D_i/D_s}\right)\right]} . \quad (5.20)$$

Si à présent on utilise des valeurs standards pour des grains naturels (type sable) dans un écoulement turbulent ($c_p/c_c \approx 1$, $C_l/C_f \approx 100$ et $\delta \approx 30^\circ$) on peut calculer le

D_i/D_s	$\frac{\tau_c^*(D_i/D_s)}{\tau_c^*(D_i/D_s=1)}$ calculés à partir de (5.21)	$\frac{\tau_c^*(D_i/D_s)}{\tau_c^*(D_i/D_s=1)}$ mesurés
1/5	1.005	$7.5 \pm 1.3^*$
1/3	1.004	3.9 ± 0.8
1	1	1
3	0.996	0.48 ± 0.11
5	0.994	$0.14 \pm 0.02^*$

TABLE 5.2 – Valeurs des rapports de nombre de Shields obtenues expérimentalement et par l'équation (5.21) pour les différents D_i/D_s de nos séries d'expériences. * : les valeurs expérimentales de $\tau_c^*(D_i/D_s = 1/5)$ et $\tau_c^*(D_i/D_s = 5)$ sont les valeurs extrapolées des ajustements de la figure 5.4.

rapport

$$\frac{\tau_c^*(D_i/D_s)}{\tau_c^*(D_i/D_s = 1)} \approx \frac{1 / \left(100 + 1 / \tan \left[30^\circ + a \sin \left(\frac{1}{1 + D_i/D_s} \right) \right] \right)}{1 / \left(100 + 1 / \tan \left[30^\circ + a \sin \left(\frac{1}{2} \right) \right] \right)}. \quad (5.21)$$

Le tableau 5.2 reporte les valeurs obtenues par l'équation (5.21) pour les cas asymptotiques de nos séries d'expériences. La comparaison avec nos données expérimentales montre clairement que ce modèle, comprenant uniquement les variations de μ avec D_i/D_s , ne suffit pas à expliquer l'amplitude des variations des contraintes seuils.

Il apparaît donc nécessaire de prendre en compte les effets hydrodynamiques du fait de la variation de la protusion du grain dans l'écoulement. Or, bien que cette problématique ait fait l'objet de recherches depuis plusieurs décennies [*Fenton and Abbott*, 1977; *Wiberg and Smith*, 1987; *Martino et al.*, 2009; *Lee and Balachandar*, 2012], l'effet de D_i/D_s sur la contrainte pour un lit de sédiment soumis à un écoulement turbulent reste mal compris.

5.4 Conclusion et généralisation au cas d'un lit composé de N tailles de grains

La particularité de cette étude a été de parcourir l'espace des compositions du lit, ϕ_1 , pour un jeu de tailles de grains donné (D_1, D_2) . Cela nous a permis de mettre en évidence que l'on peut décrire l'évolution des contraintes seuils d'un lit bimodal comme

la combinaison des configurations présentes sur le lit, soit

$$\tau_{c,i}^* = \phi_1 \tau_{c,i/1}^* + \phi_2 \tau_{c,i/2}^* \quad , \quad i = 1, 2. \quad (5.22)$$

Cette écriture permet de prédire les contraintes seuils quelque soit la composition du lit, à la condition de connaître les valeurs de $\tau_{c,i/1}^*$ et $\tau_{c,i/2}^*$.

Nous allons à présent extrapoler ce modèle au cas d'un sédiment de N tailles, afin de discuter des implications de ce résultat dans le cas général.

Ainsi, pour $i = 1, 2, \dots, N$, on suppose l'existence de la relation

$$\tau_{c,i}^* = \tau_{c,i/1}^* \cdot \phi_1 + \tau_{c,i/2}^* \cdot \phi_2 + \dots + \tau_{c,i/j}^* \cdot \phi_j + \dots + \tau_{c,i/N}^* \cdot \phi_N \quad , \quad (5.23)$$

ce qui revient à dire qu'il existe une relation linéaire entre le vecteur \mathbf{T}_c^* des contraintes seuils $\tau_{c,i}^*$ sur le lit et les fractions ϕ_j , au travers des vecteurs $\boldsymbol{\tau}_{c,j}^*$, soit

$$\mathbf{T}_c^* = \boldsymbol{\tau}_{c,1}^* \cdot \phi_1 + \boldsymbol{\tau}_{c,2}^* \cdot \phi_2 + \dots + \boldsymbol{\tau}_{c,j}^* \cdot \phi_j + \dots + \boldsymbol{\tau}_{c,N}^* \cdot \phi_N \quad , \quad (5.24)$$

soit sous forme matricielle

$$\mathbf{T}_c^* = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Phi} \quad , \quad (5.25)$$

où

$$\mathbf{T}_c^* = \begin{pmatrix} \tau_{c,1}^* \\ \vdots \\ \tau_{c,i}^* \\ \vdots \\ \tau_{c,N}^* \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \tau_{c,1/1}^* & \dots & \tau_{c,1/j}^* & \dots & \tau_{c,1/N}^* \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tau_{c,i/1}^* & \dots & \tau_{c,i/j}^* & \dots & \tau_{c,i/N}^* \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tau_{c,N/1}^* & \dots & \tau_{c,N/j}^* & \dots & \tau_{c,N/N}^* \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_j \\ \vdots \\ \phi_N \end{pmatrix} \quad . \quad (5.26)$$

Le fait de formuler ainsi le problème implique que pour prédire l'ensemble des valeurs de contraintes seuils pour un lit de N tailles de grains, il est nécessaire de connaître :

- d'une part l'état de composition du système, c'est à dire le vecteur $\boldsymbol{\Phi}$,
- et d'autre part les propriétés intrinsèques du système, contenues de façon exhaustive dans la matrice \mathbf{A} .

La matrice \mathbf{A} contient d'une part l'information sur la variation de la contrainte seuil $\tau_{c,i}^*$ avec le nombre de Reynolds particulière Re_* , représentée en particulier dans les termes diagonaux. D'autre part, les termes horizontaux traduisent comment les contraintes seuils évoluent avec la taille D_j des grains constituant le support du grain

considéré de taille D_i . Tandis que les termes verticaux traduisent l'évolution de la contrainte seuil à mesure que la taille de grains D_i considérée augmente par rapport à la taille D_j des grains constituant le support.

On notera que cette approche fait l'hypothèse d'une relation linéaire toujours valable entre les contraintes seuils et les valeurs de fraction surfacique ϕ_i , quelques soient les valeurs de ces dernières. Or, il existe des limites à ce développement. Notamment, lorsqu'une valeur de ϕ_j devient égale ou inférieure à la surface relative d'un grain de taille D_i , on peut considérer que l'effet de cette fraction devient nulle pour cette taille donnée.

Bien sur, cette formulation ne résout pas en soit le problème de la prédiction des contraintes seuils, mais permet d'aborder autrement cette problématique. Si la matrice \mathbf{A} apparaît terrifiante à estimer, nous l'avons déterminée dans le cas bimodal en effectuant la mesure de ses quatre composants, dont deux (les termes diagonaux) auraient pu être déduits de la courbe, bien que dispersée, de *Shields* [1936] (i.e la tendance de la figure 2.5, p. 24).

Si la prédiction de l'ensemble des termes $\tau_{c,i/j}^*$ semble rester une gageure pour le moment (voir partie 5.3), c'est cependant à présent l'élément essentiel à établir – de façon analytique et/ou expérimentale – pour prédire le transport par charriage quelque soit la composition du lit.

En effet, avoir connaissance de la forme des fonctions qui relient les valeurs $\tau_{c,i/j}^*$, $i = 1 \rightarrow N$ entre elles, de même que les valeurs $\tau_{c,i/j}^*$, $j = 1 \rightarrow N$ entre elles permettrait de connaître entièrement la matrice \mathbf{A} à partir des termes diagonaux et de la mesure des deux termes extrêmes : $\tau_{c,1/N}^*$ et $\tau_{c,N/1}^*$.

Chapitre 6

Modèle de transport par charriage dans le cas multimodale

Notre étude expérimentale a documenté le processus de transport de particules sur le fond au voisinage du seuil de mise en mouvement. Dans cette configuration, le transport présente un comportement dit « dilué », c’est à dire que le nombre de particules en mouvement par unité de surface reste faible. Dans cette configuration, l’effet des interactions particules-particules est négligeable. Aussi, afin de discuter d’un modèle de transport dans le cas bimodal, nous allons uniquement nous servir du cadre conceptuel du modèle en érosion-déposition, établi pour un lit de composition homogène (voir partie 2.3). Le domaine de validité de ce modèle correspond en effet tout à fait aux caractéristiques du régime « dilué », puis qu’il ne prend explicitement pas en compte les interactions entre grains en mouvement.

Il faut remarquer, par ailleurs, que ce régime particulier est celui que présente la grande majorité des rivières à la surface des continents. En effet, on observe que le transport par charriage en rivière naturelle se situe toujours à proximité de la contrainte seuil, soit généralement des valeurs de $\tau_i^*/\tau_{c,i}^* \leq 2$ [Parker, 1978].

Nous nous appuierons alors sur les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour un lit de composition bimodale, pour développer un modèle de transport par charriage de 2 et N tailles de grains.

Dans un premier temps on développera les termes du modèle en érosion-déposition pour le cas que nous avons étudié d’un lit de sédiment composé de deux tailles de grains. On discutera ensuite les implications de ce modèle couplé à nos résultats. Puis, comme on l’a fait précédemment pour les contraintes seuils de mise en mouvement, on présentera et discutera ce que serait la généralisation de ce modèle au cas du transport

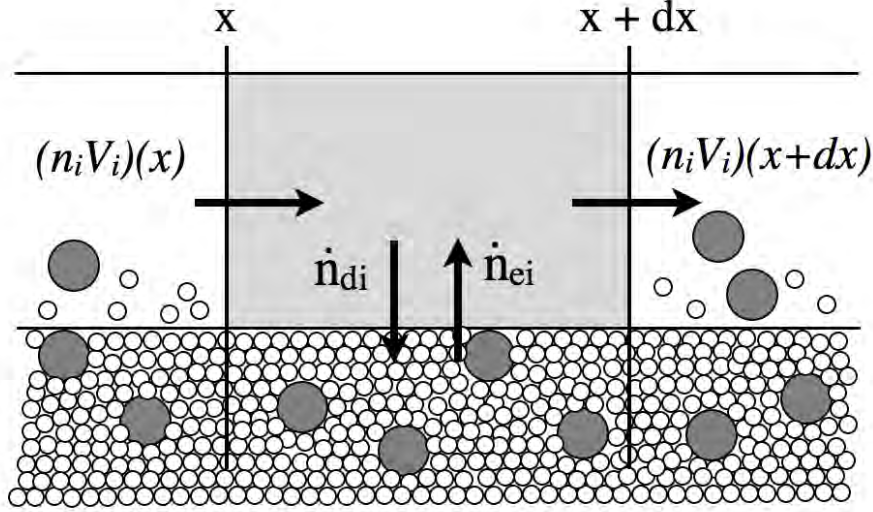


FIGURE 6.1 – Schéma du modèle de transport en érosion-déposition d'un lit de sédiment composé de 2 tailles de grain.

par charriage de N taille des grains.

6.1 Modèle en érosion-déposition d'un lit de 2 tailles de grains

On considère un lit de sédiments constitué de particules sphériques de deux tailles de diamètres D_1 et D_2 , avec $D_1 < D_2$. On note alors n_i , $i = 1, 2$, le nombre de particules de taille D_i en mouvement par unité de surface du lit. En appliquant le principe de la conservation du nombre de grains en mouvement de taille D_i dans un volume de contrôle de taille dx et de hauteur égale à l'épaisseur de la couche de grains charriés (voir figure 6.1), on obtient

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \dot{n}_{e,i} - \dot{n}_{d,i} - \frac{\partial(n_i V_i)}{\partial x} \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.1)$$

avec V_i la vitesse moyenne des grains en mouvement de taille D_i , et $\dot{n}_{e,i}$ et $\dot{n}_{d,i}$ les taux d'érosion et de dépôt des grains de taille D_i . Sans surprise, cette équation est similaire à celle pour un sédiment homogène.

Nous allons donc à présent de nouveau proposer des expressions pour ces termes de dépôt, d'érosion et de vitesse moyenne, pour les deux catégories $i = 1, 2$ de taille de grains.

Taux de déposition

On note $t_{d,i}$ le temps caractéristique de déposition des particules de diamètre D_i , $i = 1, 2$. Tout comme pour le cas homogène, on considère qu'en moyenne, toutes les particules en mouvement de taille D_i se déposent une fois pendant une durée commensurable au temps $t_{d,i}$. Aussi, on peut définir le taux de déposition comme

$$\dot{n}_{d,i} = \frac{n_i}{t_{d,i}} \quad , \quad i = 1, 2 \quad . \quad (6.2)$$

Les particules entraînées par l'écoulement se déplacent dans le fluide sur une hauteur caractéristique de l'ordre de quelques fois leur diamètre de grains D_i . Et la vitesse caractéristique des grains en mouvement est de l'ordre de leur vitesse de sédimentation dans le fluide, $V_{s,i} = \sqrt{RgD_i}$, $i = 1, 2$. On peut donc écrire la durée caractéristique de déposition comme

$$t_{d,i} \propto \frac{D_i}{V_{s,i}} \quad . \quad (6.3)$$

Cela conduit à

$$\dot{n}_{d,i} = c_{d,i} \sqrt{\frac{Rg}{D_i}} n_i \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.4)$$

où $c_{d,i}$ est un coefficient qui incorpore les effets de deuxième ordre de l'hydrodynamique (trajectoire exacte de la particule, valeur exacte de la vitesse de sédimentation, etc.). $c_{d,i}$ est un paramètre constant avec la taille de grain dans le cas homogène. Il est possible qu'il soit sensible à la composition du lit dans le cas bimodal.

Taux d'érosion

De la même manière, on peut définir dans le cas bimodal le taux d'érosion comme

$$\dot{n}_{e,i} = \frac{m_i}{t_{e,i}} \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.5)$$

avec m_i le nombre de grains de taille D_i au repos par unité de surface du lit. Dans le cas homogène on avait $m \approx 1/D^2$. Dans le cas d'un lit composé de différentes fractions en surface $0 \leq \phi_i \leq 1$ occupées par les grains de tailles D_i , on a alors $m_i \approx \phi_i/D_i^2$. $t_{e,i}$ est le temps caractéristique nécessaire au fluide pour emporter un grain de taille D_i hors du lit.

Ce temps caractéristique d'érosion peut être exprimé de la même manière que pour le cas homogène. Ainsi statistiquement, au bout d'un pas de temps Δt_i , un grain de taille D_i atteint une vitesse ΔV_i , telle qu'il puisse être entraîné par la force $F_{c,i}$. Ce qui

équivalent au bilan

$$\rho_s D_i^3 \frac{\Delta V_i}{\Delta t_i} \propto F_{c,i} \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.6)$$

avec $F_{c,i}$ la force cisailante sur le grain de taille D_i . En terme de contrainte et contrainte seuil on a donc

$$\rho_s D_i^3 \frac{V_{s,i}}{t_{e,i}} = c_{e,i} (\tau - \tau_{c,i}) D_i^2 \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.7)$$

avec $c_{e,i}$ un coefficient de proportionnalité qui tient compte de tout les développements au deuxième ordre de l'hydrodynamique à l'échelle du grain sur le lit. $c_{e,i}$ est un paramètre constant avec la taille de grain dans le cas homogène. Il est possible qu'il soit sensible à la composition du lit dans le cas bimodal.

En reprenant les équations (6.5) et (6.7) et en exprimant la contrainte sous forme adimensionnée on obtient

$$\dot{n}_{e,i} = c_{e,i} \frac{\rho}{\rho_s} \sqrt{\frac{Rg}{D_i}} m_i (\tau_i^* - \tau_{c,i}^*) \quad , \quad i = 1, 2 \quad . \quad (6.8)$$

Vitesses moyennes des particules

On suppose ici encore que dans le cas bimodal le comportement à l'échelle du grain reste le même que celui observé dans le cas homogène. On pose alors l'équilibre entre la force de traînée hydrodynamique exercée sur la particule de diamètre D_i se déplaçant à la vitesse V_i et la quantité de mouvement perdue lors des interactions du grain avec le lit. On obtient ainsi

$$c_{h,i} \rho D_i^2 (U_{eff,i} - V_i)^2 = \mu_e D_i^3 (\rho_s - \rho) g \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.9)$$

avec $c_{h,i}$ un coefficient de proportionnalité, μ_e le coefficient de friction effective de la surface du lit, et $U_{eff,i}$ la vitesse du fluide effectivement ressentie par la particule de taille D_i . On peut définir celle-ci telle que

$$U_{eff,i} = \gamma_i u_* \quad , \quad i = 1, 2, \quad (6.10)$$

où γ_i est un coefficient de proportionnalité.

En reprenant les équations (6.9) et (6.10) et en exprimant la contrainte sous forme adimensionnée on obtient

$$\frac{V_i - V_{c,i}}{\sqrt{RgD_i}} = \alpha_i \left(\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{c,i}^*} \right) \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \quad (6.11)$$

avec $V_{c,i}$ la vitesse des grains de taille D_i à la contrainte seuil de mise en mouvement $\tau_{c,i}^*$,

et α_i un coefficient de proportionnalité comprenant $c_{h,i}$, μ_e et γ_i . α_i est un paramètre constant avec la taille de grain dans le cas homogène. Il est possible qu'il soit sensible à la composition du lit dans le cas bimodal.

6.2 Discussion du modèle bimodal

6.2.1 Transport par charriage bimodal dans le cas stationnaire uniforme

Dans chacune des expressions des taux d'érosion et déposition ainsi que de la vitesse des particules, on a fait appel à des coefficients, qui sont susceptibles de varier dans le cas d'un lit de sédiment bimodal. Ainsi, $c_{d,i}$, $c_{e,i}$, a_i , $V_{c,i}^*$ et $\tau_{c,i}^*$ peuvent être des fonctions complexes des valeurs absolues des diamètres D_1 et D_2 , de leur rapport D_2/D_1 et de la composition du lit, soit la fraction surfacique ϕ_1 .

Pour discuter de cela, nous allons confronter le modèle aux résultats expérimentaux obtenus dans cette étude.

Si l'on considère le régime de transport stationnaire uniforme pour la taille de grain D_i considérée, alors l'équation de conservation de la masse de chaque population de grains (6.19) devient

$$\dot{n}_{d,i} = \dot{n}_{e,i} , \quad (6.12)$$

soit

$$n_i^* = \frac{n_i}{m_i} = \frac{n_i D_i^2}{\phi_i} = \beta_i \frac{\rho}{\rho_s} (\tau_i^* - \tau_{c,i}^*) \quad , \quad i = 1, 2 , \quad (6.13)$$

avec $\beta_i = c_{e,i}/c_{d,i}$.

Nos résultats expérimentaux de densité de particules en mouvement n_i^* , synthétisés sur la figure 4.4 (p. 85), montrent que, pour la gamme des paramètres que nous avons exploré, l'ensemble des données se rassemblent sur une seule et même tendance. Le coefficient β_i est donc indépendant de la taille de grain et de la composition de la surface du lit. Cela semble indiquer que l'effet de la composition du lit de sédiment sur les valeurs de densités de grains en mouvement est correctement intégré dans le modèle par la normalisation par $m_i = D_i^2/\phi_i$ et par la prise en compte de la variation des valeurs de contraintes seuils $\tau_{c,1}^*$ et $\tau_{c,2}^*$ avec les valeurs de ϕ_1 .

De même, l'ensemble de nos données expérimentales de vitesses moyennes des grains, résumé sur la figure 4.5 (p. 87), montre également, toujours pour la gamme des paramètres que nous avons exploré, que les coefficients a_i et $V_{c,i}^*$ sont indépendants de la taille de grain et de la composition du lit. L'effet de la composition du lit de sédiment sur

les courbes de V_i^* est donc correctement intégré dans le modèle par la prise en compte de la variation des valeurs de $\tau_{c,1}^*$ et $\tau_{c,2}^*$ avec les valeurs de ϕ_1 .

On notera donc ces coefficients comme des constantes : α , β et V_c^* . On conservera en revanche l'indice i sur la contrainte seuil.

6.2.2 Flux massiques de saturation en fonction de la contrainte

On peut donc exprimer à présent le flux de transport adimensionné de particules de taille D_i dans le cas stationnaire et uniforme en posant

$$q_{s,i}^* = \frac{\pi}{6} \phi_i \cdot n_i^* \cdot V_i^* \quad , \quad i = 1, 2 . \quad (6.14)$$

soit, en considérant la prédiction du modèle dans le cas stationnaire et uniforme

$$q_{s,i}^* = \frac{\pi}{6} \alpha \beta \phi_i \frac{\rho}{\rho_s} (\tau_i^* - \tau_{c,i}^*) \left[\left(\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{c,i}^*} \right) + \frac{V_c^*}{\beta} \right] , \quad \text{où } \tau_i^* = \frac{\tau}{\rho R g D_i} , \quad (6.15)$$

avec : $\alpha = 5.1 \pm 0.2$, $\beta = 11.1 \pm 0.5$ et $V_c^* = 0.11 \pm 0.2$.

La figure 6.2 présente les mesures de flux massiques en fonction de la contrainte cisailante, pour les deux tailles de grains et pour les séries 1, 2 et 3 d'expériences de transport d'un sédiment bimodal. Les courbes tracées correspondent au modèle

$$Q_{s,i} = W \cdot \rho_s \cdot q_{s,i}^* \cdot \sqrt{R g D_i^3} , \quad (6.16)$$

en utilisant la prédiction dans le cas stationnaire uniforme (6.15). Afin de prendre en compte le fait que les valeurs des paramètres issues des ajustements possèdent toutes des barres d'erreur non-négligeables, nous avons tracé les prédictions pour les valeurs (contraintes seuils et fractions surfaciques comprises) minorées et majorées de leurs barres d'erreurs.

On peut constater que pour la majorité de nos données de transport, celles-ci se trouvent en bon accord avec les mesures à l'échelle des grains n_i et V_i ¹. Par ailleurs, cette figure illustre bien le double effet de la fraction de petits grains sur le transport :

1. Ce qui n'est pas surprenant étant donné que c'est à partir des données à l'échelle des grains réalisées au cours de ces expériences de transport qu'on a estimé les paramètres du modèle. La série 3 des petits grains apparaît plus dispersée que les autres, et moins bien approchée par le modèle. On précisera que c'est la série qui a posé le plus de difficultés expérimentales, ce qui ne nous a pas permis de réaliser beaucoup de mesures correctes de n_1 . Aussi, la valeur de la contrainte seuil pour cette série est probablement la moins bien contrainte.

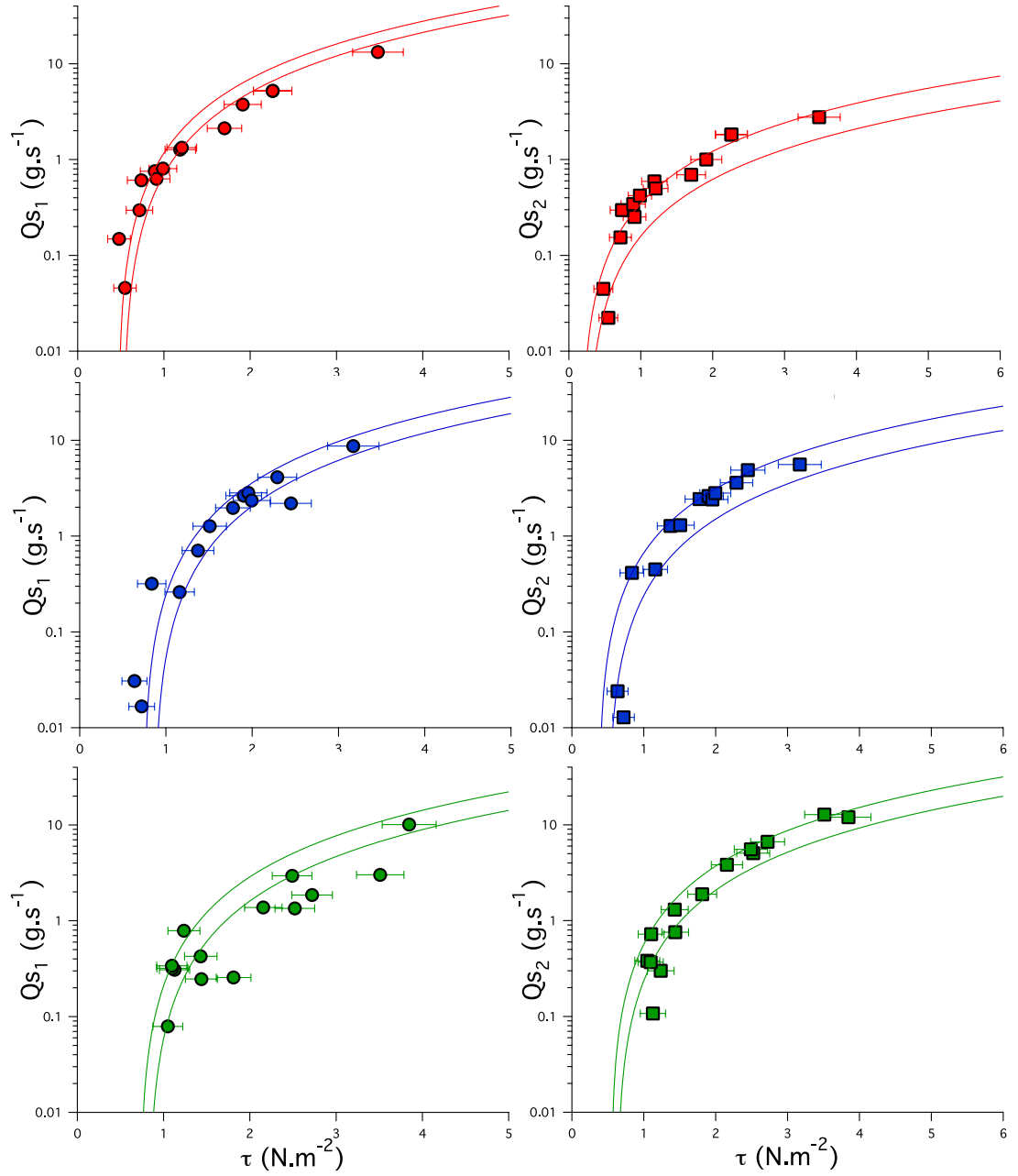


FIGURE 6.2 – Flux de transport massiques des petits (à gauche) et gros (à droite) grains, de tailles $D_1 = 0.7$ et $D_2 = 2.2 \text{ mm}$. Les séries 1 ($\phi_1 = 0.91$), 2 ($\phi_1 = 0.71$), et 3 ($\phi_1 = 0.54$) sont représentées respectivement en rouge, bleu et vert. Les tracés correspondent aux prédictions minimale et maximale du modèle issu de nos données à l'échelle des grains, soit en utilisant : $q_{s,i} = \delta v_i n_i V_i$.

- 1. D’une part les contraintes seuils diminuent à mesure que la fraction de petit grains augmente, ce qui a pour conséquence de décaler les courbes de flux de transport vers la gauche.
- 2. D’autre part, le flux de transport $Q_{s,i}$ étant directement proportionnel à la fraction surfacique ϕ_i de la taille de grains considérée, les courbes de transport des petits grains se redressent à mesure que ϕ_1 augmente, et inversement en ce qui concerne les courbes de transport des gros grains.

dans la section suivante nous allons illustrer quantitativement cette double dépendance du transport par charriage avec la composition du lit.

6.2.3 Évolution du transport avec les fractions surfaciques

À présent, si l’on considère l’équation (6.15) au regard du fait que $\tau_{c,i}^*$ varie linéairement avec ϕ_1 (voir schéma 5.2, p. 93), on constate que l’évolution du flux de transport $q_{s,i}^*$ pour chacune des populations des grains est une fonction non-triviale de la composition du lit. En effet, cette fonction va dépendre de la composition du lit (soit la valeur de ϕ_1) et de l’écart du nombre de Shields τ_i^* aux valeurs de contrainte seuil des configurations asymptotiques : $\tau_{c,i/1}^*$ et $\tau_{c,i/2}^*$. Pour résumer cela, on peut écrire qu’il existe trois cas de figures différents :

- Régime 1 : lorsque $0 \leq \tau_i^* < \tau_{c,i/1}^*$, le transport des grains de taille D_i est nul quelque soit la valeur de fraction de petits grains ϕ_1 .
- Régime 2 : lorsque $\tau_{c,i/1}^* \leq \tau_i^* < \tau_{c,i/2}^*$, le transport des grains de taille D_i est une fonction de ϕ_1 , et admet une fraction seuil, $\phi_{1,c}$, en deçà de laquelle le transport s’annule².
- Régime 3 : lorsque $\tau_i^* \geq \tau_{c,i/2}^*$, le transport des grains de taille D_i est alors uniquement proportionnel à ϕ_i et est positif, quelque soit la valeur de ϕ_1 .

Pour quantifier les transitions entre ces différents régimes et s’affranchir des valeurs des différentes contraintes seuil nous allons définir le nombre sans dimension

$$\xi_i = \frac{\tau_i^* - \tau_{c,i/1}^*}{\tau_{c,i/2}^* - \tau_{c,i/1}^*} . \quad (6.17)$$

Le régime 1 correspond alors au domaine $\xi_i < 0$, le régime 2 à $0 \leq \xi_i < 1$ et le régime 3 à $\xi_i \geq 1$.

2. En réciproque du fait que la contrainte seuil est une fonction de la fraction de petits grains ϕ_1 .

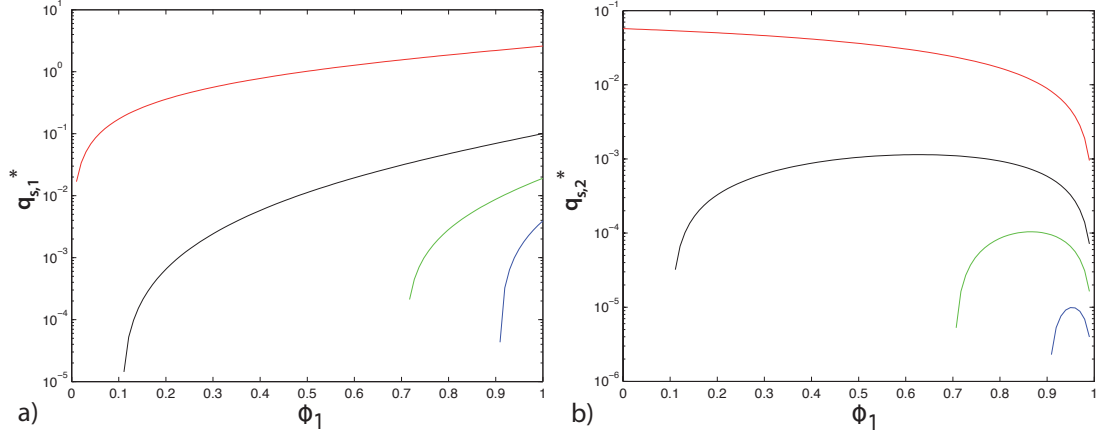


FIGURE 6.3 – Transport adimensionné des grains de taille D_1 (à gauche) et D_2 (à droite) en fonction de ϕ_1 pour différentes valeurs de ξ_i : $\xi_i = 0.1$ en bleu, $\xi_i = 0.3$ en vert, $\xi_i = 0.9$ en noir et $\xi_i = 8$ en rouge.

Les figures 6.3a et 6.3b illustrent l'évolution des flux de transport avec la fraction de petits grains ϕ_1 pour différentes valeurs du nombre ξ_i . Les courbes bleues, vertes et noires présentent l'évolution du transport avec ϕ_1 dans le régime 2, pour trois valeurs différentes de ξ_i : 0.1, 0.3 et 0.9. On constate que dans ce régime, le flux de transport de petits et gros grains évoluent différemment avec ϕ_1 . Notamment car le transport de gros grains est proportionnel à $(1 - \phi_1)$, donc nul pour $\phi_1 = 1$. Par ailleurs, ces trois courbes du régime 2 présentent une fraction seuil, $\phi_{1,c}$, en deçà de laquelle le flux s'annule.

On peut noter que dans le régime 2 ($0 \leq \xi_i < 1$), par construction, la fraction seuil $\phi_{1,c}$ est reliée à la valeur de ξ_i . En effet, pour une valeur du nombre de Shields donnée τ_i^* , la relation de décroissance linéaire de la contrainte seuil avec ϕ_1 implique qu'il existe une fraction seuil dans le régime 2 telle que $\tau_{c,i}^*(\phi_{1,c}) = \tau_i^*$. Cette relation lie les équations (5.22) et (6.17), et implique $\phi_{1,c} = 1 - \xi_i$.

Une fois dans le régime 3 ($\xi_i \geq 1$), le flux de transport des grains de taille D_i n'admet plus de fraction seuil de mise en mouvement, il est alors uniquement proportionnel à ϕ_i .

6.2.4 Transport par charriage bimodal dans le cas non-uniforme

Nous venons de discuter l'évolution du transport en fonction de la composition du lit. Cependant, si cette composition vient à varier dans l'espace, on rappelle que le

changement de flux de transport ne s'établit pas localement mais sur une longueur caractéristique, dite longueur de saturation (voir partie 2.3).

Or, il est important de noter que le système d'un lit bimodal fait apparaître en théorie³ deux longueurs de saturations : $l_{d,i} = V_i \cdot t_{d,i}$, $i = 1, 2$. Ces longueurs ne sont pas les mêmes pour une contrainte donnée, étant donné que les vitesses des grains V_i et les temps caractéristiques de déposition $t_{d,i}$ semblent suivre les mêmes dépendances avec les tailles de grains que dans le cas homogène. En effet, nos résultats montrent que pour une contrainte donnée : $V_i \propto V_{s,i}$ et $t_{d,i} \propto D_i/V_{s,i}$ ⁴, soit que la longueur $l_{d,i}$ reste proportionnelle à la taille de grains D_i dans le cas bimodal, $i = 1, 2$.

Ainsi lors d'une variation en x , les flux de transport $q_{s,1}$ et $q_{s,2}$ vont évoluer selon deux fonctions différentes pour atteindre le flux de saturation

$$\frac{\partial q_{s,i}}{\partial x} = \frac{q_{s,i,sat} - q_s(x)}{l_{d,i}} \quad , \quad i = 1, 2 \quad . \quad (6.18)$$

Si la coexistence de ces deux longueurs s'avère vraie, une question fondamentale est de savoir comment celles-ci peuvent intervenir dans les phénomènes de développement de formes et de tri granulométrique à la surface du lit. Cette question est ouverte et nous y reviendrons à la fin du chapitre 7 à travers la problématique de l'apparition spontanée de zones de regroupement de grains de la même taille (ou communément appelés « patches ») à la surface des lits de rivières.

6.3 Généralisation au cas d'un lit composé de N tailles de grains

Pour un lit de sédiment composé de N tailles de grains, on peut, tout autant que dans le cas bimodal, écrire la conservation de la masse pour chacune des populations de taille de grains

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \dot{n}_{e,i} - \dot{n}_{d,i} - \frac{\partial(n_i V_i)}{\partial x} \quad , \quad i = 1, \dots, N \quad , \quad (6.19)$$

et proposer les mêmes expressions pour chacun des termes, $\dot{n}_{e,i}$, $\dot{n}_{d,i}$ et V_i de cette équation.

Toute la question étant à présent de savoir si les coefficients des lois de prédictions des vitesses moyennes et des taux d'érosion et de déposition restent les mêmes dans le

3. Ces longueurs n'ont pas été mesurées dans notre étude.

4. En considérant que $c_{d,i}$ est bien une constante.

cas à N tailles de grains. À priori, ceux-ci sont susceptibles de varier, notamment si les rapports entre les tailles de grains présentes sur le lit deviennent important.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

7.1 Conclusions générales

À l’heure actuelle, le transport par charriage d’un lit de sédiment homogène est relativement bien compris. Cependant, le lit des rivières naturelles présente généralement une très large gamme de tailles de grains différentes. Cela a pour conséquences d’ajouter au système une complexité que l’on perçoit par la variation du flux de transport total en fonction de la composition du lit. Or, cette complexité peut provenir de nombreux phénomènes, du fait des interactions entre les grains, et entre les grains et l’écoulement.

Pour pouvoir quantifier l’effet de la granulométrie du lit sur ces interactions, les travaux réalisés durant cette thèse ont privilégié l’étude approfondie du cas particulier du transport d’un lit bimodal. Pour cela, nous avons réalisé en laboratoire des mesures à l’échelle des grains de la statistique du transport de sédiment par un écoulement turbulent, stationnaire et uniforme. Notre méthode de réalisation expérimentale a présenté la particularité de mesurer de façon systématique les grandeurs du transport en fonction de la contrainte pour une composition du lit fixée. Cela a permis de mettre en évidence que, malgré l’ajout de complexité dans le système, celui-ci présentait toujours un comportement moyen analogue à celui qui avait été observé pour le transport d’une seule taille de grains. En particulier :

- 1. Pour une composition de la surface du lit donnée, les densités de grains en mouvement, sous écoulement stationnaire et uniforme, présentent toujours une relation linéaire avec la contrainte cisailante. La pente de cette relation est directement proportionnelle à la fraction surfacique du lit de la taille de grain considérée.
- 2. Cette relation admet toujours une contrainte seuil en deçà de laquelle le nombre de grains en mouvement s’annule. Celle-ci décroît avec la fraction surfacique de petits grains sur le lit, comme cela avait été observé dans de précédents travaux.

- 3. Ainsi, l'ensemble des données de densités de grains en mouvement adimensionnées présentent un seul et même comportement avec l'écart au nombre de Shields seuil.
- 4. De même, l'ensemble des données de vitesses moyennes de grains en mouvement adimensionnées présentent un seul et même comportement avec l'écart à la racine du nombre de Shields seuil.

On en déduit que le modèle d'érosion-déposition s'applique tout autant au cas bimodal qu'au cas homogène, en prenant correctement en compte la valeur du nombre de Shields seuil. Celui-ci apparaît en effet être le seul paramètre du modèle sensible à la composition du lit, dans l'espace des paramètres que nous avons exploré.

Par ailleurs, cette étude à plusieurs tailles de grains nous a permis d'approfondir notre connaissance fondamentale du transport par charriage :

- 1. Les vitesses moyennes adimensionnées ont le même comportement quelque soit la composition du lit, et semblent présenter notamment la même valeur de vitesse adimensionnée au seuil de mise au mouvement. Ce résultat appuie le fait que cette vitesse critique est proportionnelle strictement à la vitesse de sédimentation du grain dans le fluide.
- 2. En revanche, la distribution des vitesses instantanées évolue en fonction de la configuration du lit. Si elle est toujours apparue de forme exponentielle lorsque le lit est composé à 100% d'une taille de grain donnée, les distributions de vitesses de gros grains dans le cas d'un lit bimodal présentent un pic positif. Nous proposons que ces distributions soient de type χ^2 .
- 3. À partir de notre observation de la relation linéaire entre la contrainte seuil et la fraction surfacique de petits grains, nous proposons un nouveau cadre conceptuel pour la description et l'étude des contraintes seuils dans un lit à N tailles de grains.
- 4. Ce modèle d'évolution de la contrainte seuil avec les fractions de mélange nous permet de discuter quantitativement l'évolution du transport d'une taille donnée avec la composition du lit.

Suite à cette thèse, un certain nombre de points restent en suspens concernant le transport par charriage bimodal. La forme générale des distributions de vitesses instantanées de grains est encore inconnue, et plus particulièrement la question des vitesses des petits grains reste en partie posée. Une étude sans vagues à la surface – dans un canal fermé par exemple – permettrait d'approfondir ce point. Par ailleurs la longueur

et la durée des vols de particules est un autre point fondamental que nous n'avons pas abordé. Nos résultats montrent que le rapport du coefficient d'entraînement sur le coefficient de déposition ne varie pas significativement avec la granulométrie. Cela étant, il serait intéressant d'étudier avec précision les longueurs de vol dans le cas bimodal, car on est en droit de s'attendre à ce qu'elles puissent être sensibles à la rugosité du fond. Là encore, il est largement préférable d'envisager une étude en écoulement confiné, ou bien laminaire, car la précision sur la mesure de déplacement des grains peut être un facteur limitant pour pouvoir déterminer s'il y a effectivement variation du paramètre de longueur de vol. La connaissance de celui-ci est cruciale notamment, pour implémenter la loi de transport dans le cas d'un écoulement et/ou d'une topographie du lit non-uniforme.

Enfin, notre approche expérimentale s'est limitée à étudier le régime dilué, c'est à dire avec un nombre de particules en mouvement par unité de surface relativement faible. Aussi, la question reste ouverte, quant à l'évolution des tendances observées dans notre étude du cas bimodal, lors du passage vers un régime de transport plus dense.

L'étude expérimentale du transport par charriage à l'échelle des grains a été le coeur de la réflexion menée durant cette thèse. À présent, nous allons discuter de perspectives de ce travail qui sont actuellement des projets en cours d'élaboration.

7.2 Rapprocher études expérimentales et études de terrain

La précision de nos mesures et la simplicité des résultats de notre étude reposent sur l'utilisation d'une configuration strictement stationnaire et uniforme. Or, ce cas de figure est en réalité assez rare dans la nature, ce qui rend délicate la comparaison entre notre jeu de données et ceux de rivières naturelles. Dans cette section, nous présentons brièvement quatre projets en cours qui tentent, chacun à leur façon, de relier notre approche expérimentale et théorique à la problématique de la mesure de terrain.

7.2.1 Développement de la mesure indirecte par enregistrement sismique

La mesure du transport par charriage des rivières naturelles apparaît aujourd'hui un des grands enjeux de la géomorphologie. Car si l'on s'accorde de plus en plus à considérer que celui-ci représente une part importante du transport total de sédiment, son estimation est très délicate à réaliser, en particulier aux moments cruciaux des événements les plus intenses (crues, orages, lâcher de barrages). Or ce sont ces événements

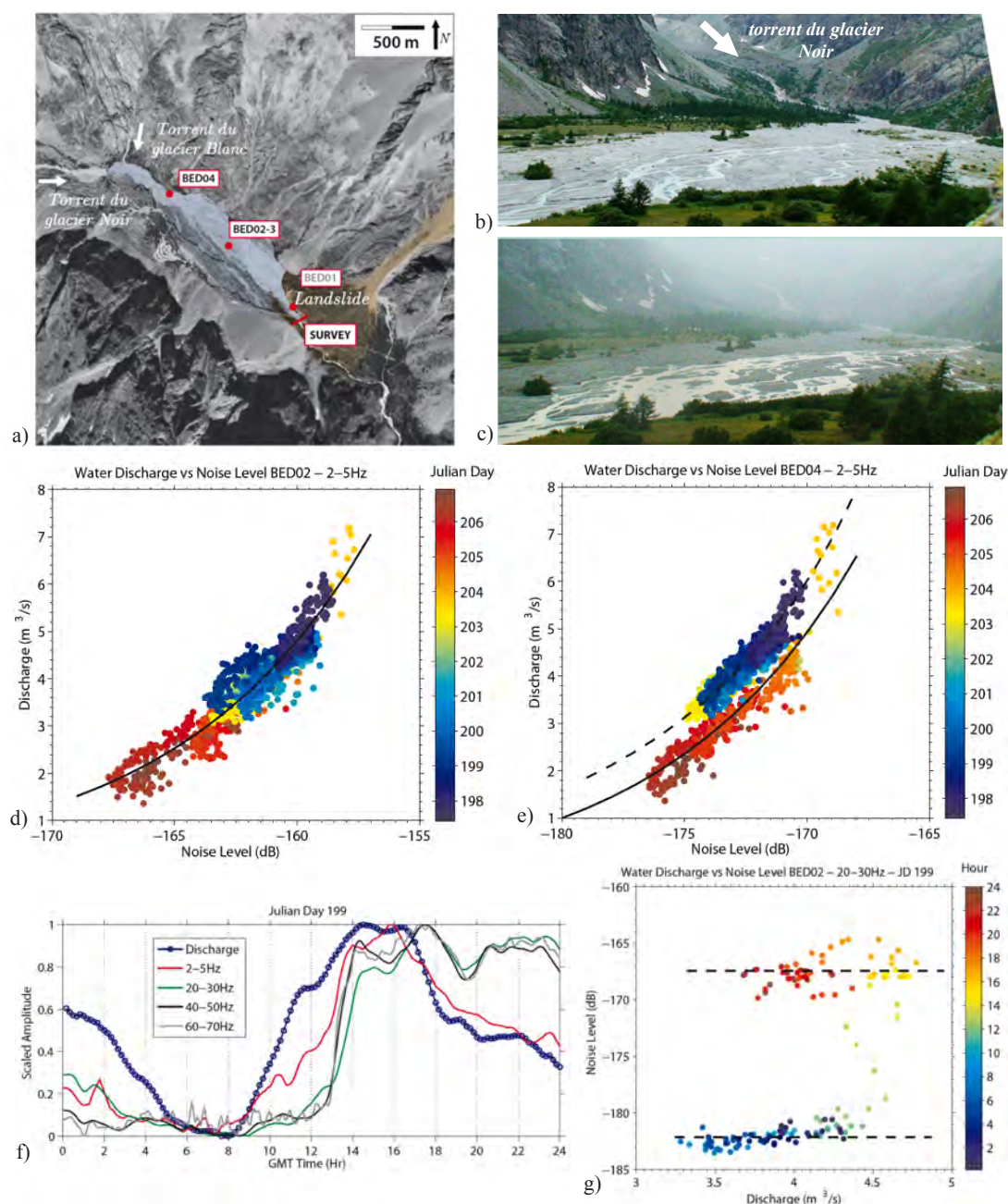


FIGURE 7.1 – a) Photo satellite du site du Pré de Madame Carles, avec les positions indiquées des stations d’enregistrement sismique de la mission réalisée l’été 2010. Tous les chenaux de la plaine se regroupent en un seul qui passe au niveau du pont, marqué en rouge. Photos de la plaine en tresse b) 2 heures avant et c) au début de l’orage du jour 203. Corrélations entre la mesure directe du débit d’eau (par une sonde de pression posée au niveau du pont) et le niveau de bruit enregistré dans les fréquences 2 – 5 Hz, pour les stations d) BED02 et e) BED04. f) Évolution de l’amplitude des différentes bandes de fréquence de la station BED02, sur 24h. g) Évolution sur 24h de l’amplitude de la bande de fréquences 20 – 30 Hz en fonction du débit d’eau dans la rivière.

qui concentrent en grande partie le transport d'un court d'eau au cours du temps.

D'autre part, il est techniquement difficile de faire une mesure correcte du transport dans les rivières en tresses. En effet, ces systèmes présentent la particularité d'être très dynamiques, et donc de changer de géométrie (positions et tailles des chenaux) sur de courtes échelles de temps. On observe par exemple le déplacement significatif des chenaux sur quelques heures, ce qui est de l'ordre de grandeur de la durée d'une mesure de transport par charriage¹.

Une des méthodes en cours de développement à l'heure actuelle pour estimer le transport par charriage d'une rivière est l'analyse du bruit sismique qu'elle émet. Le torrent du Pré de Madame Carles présente une plaine en tresses, perchée en altitude du fait d'un important glissement de terrain (voir figure 7.1a). Ce cours d'eau a la particularité d'être à la sortie d'un glacier, et ainsi de présenter des variations de débit d'eau très régulières au cours du temps (du fait de la fonte en journée). Par ailleurs, l'ensemble des chenaux se regroupent en un chenal unique, au niveau du glissement de terrain. Aussi, cette plaine est un site d'exploration depuis plusieurs années de cette méthode d'enregistrement du signal sismique, et de la dynamique du charriage dans les plaines en tresses en général [Meunier et al., 2006].

Une campagne de mesure du signal sismique dans la plaine par quatre stations a été réalisée en Juillet 2010. Les emplacements de ces stations pendant ces 10 jours sont représentés figures 7.1a. La figure 7.1f présente l'évolution de quatre bandes de fréquences différentes en fonction du temps sur 24h enregistrée par la station BED02. Elle illustre d'une part l'observation d'une corrélation entre la bande $2-5Hz$ et le signal du débit d'eau. Cette relation est représentée pour la durée totale de la mission figure 7.1d. D'autre part, le signal des plus hautes fréquences ($20-70Hz$) correspondrait au signal émis par les chocs lors du transport de sédiment sur le lit de la rivière [Burtin et al., 2011]. En effet, l'amplitude de ces fréquences présente deux valeurs seuils avec le débit d'eau : une valeur basse de débit qui correspondrait au seuil de mise en mouvement des grains, et une valeur haute de débit qui correspondrait à la saturation de l'enregistrement une fois que tous les grains de la taille considérée sont en mouvement (voir figure 7.1g).

Cela étant, on constate que l'interprétation en terme de dynamique du lit de rivière de ce signal est loin d'être aisée. Notamment car le signal enregistré par une station sismique provient de l'intégration des signaux émis dans toute la plaine. Si cela a l'intérêt direct de s'affranchir du caractère intermittent du transport local, qui le rend si difficile à mesurer, cela complique également l'interprétation du signal temporel.

1. On prend ici comme comparaison l'estimation par la réalisation de transects à l'aide d'un échantillonneur de type Helley-Smith. C'est la mesure directe la plus fiable qui est réalisable sur la plus courte échelle de temps.

L'évènement climatique du jour 203, qui a pu être suivi en direct au cours de la mission, a permis d'observer le changement du réseau de chenaux dans la plaine (voir figure 7.1b et 7.1c), corrélé au changement d'amplitude de la bande $2-5Hz$ enregistrée par la station BED04 (voir figure 7.1e). En effet, un chenal important s'est rapproché de la station à la suite de cet orage. Les figures 7.1e et 7.1f soulignent donc à la fois la richesse potentielle de cette technique, mais également la difficulté de l'interprétation directe de ces enregistrements.

Une des raisons à cela, est qu'au jour d'aujourd'hui on ne connaît pas la relation exacte entre signal sismique et flux de transport massique, de même que l'association d'une fréquence donnée au transport d'une taille de grain donnée.

Aussi, afin d'améliorer significativement notre analyse de ces signaux, un projet d'étude du bruit sismique dans les expériences de notre laboratoire est en cours de développement. Dans le dispositif expérimental utilisé au cours de cette thèse, le débit d'eau - en régime turbulent - est contrôlé, et la loi de transport pour une et deux tailles est connue. Cela en fait donc un candidat idéal pour approfondir notre compréhension de la mesure sismique, et tenter de la relier quantitativement au transport par charriage d'un mélange de taille de grain. Pour cela, on procéderait de façon progressive, en étudiant distinctement :

- le cas d'un écoulement sur des grains sans transport de sédiment,
- le cas d'un écoulement avec le transport d'une seule taille,
- et enfin le cas d'un écoulement avec le transport de deux tailles en même temps.

Le signal sismique enregistré pourra ainsi être directement comparé aux mesures de densité de grains en mouvement et de vitesses moyennes des grains réalisées au cours de cette thèse.

De plus, des mesures sont également prévues dans un dispositif expérimental reproduisant une plaine de rivière en tresses. Cette étude permettrait alors de tester l'enregistrement des déplacements de chenaux (filmés durant l'expérience) par un réseau de sismomètres.

7.2.2 Mesure de la granulométrie des rivières

Un des points fondamentaux éclairé par notre étude expérimentale et que dans notre système, les proportions surfaciques des tailles de grains sur le lit étaient des mesures pertinentes pour décrire le transport par charriage, notamment pour prédire les contraintes critiques. En effet, il ressort de notre étude que ce qui contrôle le transport

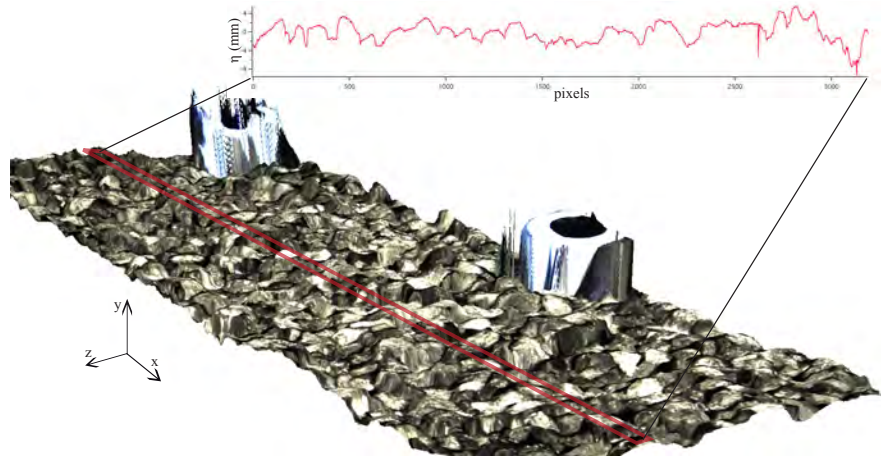


FIGURE 7.2 – Test de la mesure de la topographie du lit de sédiment expérimental (composé ici de grains de 5.5mm) par méthode d’interférométrie.

pour une contrainte donnée, ce sont les probabilités pour une particule de reposer sur une surface occupée par une taille de particule donnée. Il est donc nécessaire de connaître les proportions surfaciques plutôt que volumétriques ou « linéiques » (ie par comptage) de chacune des tailles de grain composant le lit.

Aussi, nous avons la conviction qu’il faut continuer aujourd’hui de développer ce type de mesure pour caractériser les lits des rivières.

7.2.3 Mesure de la rugosité des rivières

Depuis une décennie, un nombre important d’études de mesure de la topographie de lits de rivières naturelles par LIDAR tentent de relier les tailles caractéristiques issues des mesures de granulométrie (ex : le D_{50} , D_{90} ,...) et l’orientation du courant aux caractéristiques mesurées de l’organisation des particules sur le lit [Smart et al., 2004; Aberle and Nikora, 2006].

Dans ce manuscrit on a souligné que l’arrangement en surface des grains était un facteur important pour étudier le transport, notamment pour tenter de prédire la contrainte seuil de mise en mouvement des grains. Par ailleurs, la question du vieillissement du lit (voir section 2.4), est un problème que nous avons contourné en travaillant avec des expériences de courte durée. Or, si les expériences de Charru et al. [2004] montrent clairement que l’organisation du lit évolue dans le temps, il est regrettable que la topographie de la surface du lit à l’échelle des grains n’ait pas été mesurée. Une telle mesure au cours du temps, permettrait d’une part de clarifier lequel des deux réarrangements (en surface ou en volume) est le plus à même d’expliquer le changement du transport

au cours du temps. D'autre par, cela permettrait de faire le lien avec les mesures de contraintes seuil en fonction de la géométrie du lit [Agudo and Wierschem, 2012].

Concernant le cas particulier du lit de sédiment bimodal, une question fondamentale serait de savoir si les contraintes seuils, la rugosité et les fractions surfaciques évoluent dans le temps, et si c'est le cas, comment alors évoluent les relations qu'il existe entre elles. Ainsi, après avoir approfondi notre connaissance du transport par charriage en explorant la distribution des tailles, l'exploration de l'évolution des paramètres avec le temps peut s'avérer également prometteuse.

Ce projet se ferait en collaboration avec Pascal Allemand, afin d'appliquer la méthode d'interférométrie qu'il a développé pour l'étude sur le terrain à la mesure de la topographie de nos lits expérimentaux. La figure 7.2 montre que les premiers tests sont tout à fait encourageant quand à la capacité d'appliquer cette méthode à l'échelle de nos expériences.

7.2.4 Diffusion de traceurs dans une rivière

Pour beaucoup de systèmes, notamment dans des environnements où les événements extrêmes dominent le transport de sédiment, il apparaît pertinent de mesurer le déplacement au cours du temps de traceurs² composant le lit de la rivière. La distribution du déplacement au cours du temps de ces traceurs présente toujours un étalement, et ce même si ils ont la même taille, et sont situés au même endroit à l'instant initial [Ferguson et al., 2002; Hodge et al., 2011].

Nous allons présenter brièvement comment le modèle en érosion-déposition prédit intrinséquement un comportement en advection-diffusion, et ce qu'une étude expérimentale nous apprendrait à ce sujet.

Prédiction du modèle d'érosion-déposition

On se propose ici d'étudier simplement la dynamique de transport en érosion-déposition sans aucun effet de la granulométrie. Aussi pour un lit unimodal, composé de grains de diamètre D , on considère une sous-population de grains « marqués », de proportion f_s des grains sur le lit, et f_m des grains en mouvement. On peut alors considérer deux équations de conservations, premièrement la conservation de la totalité des grains

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \dot{n}_e - \dot{n}_d - \frac{\partial(nV)}{\partial x} \quad , \quad (7.1)$$

2. Généralement des galets décimétriques peints ou auxquels on fixe un traceur magnétique passif.

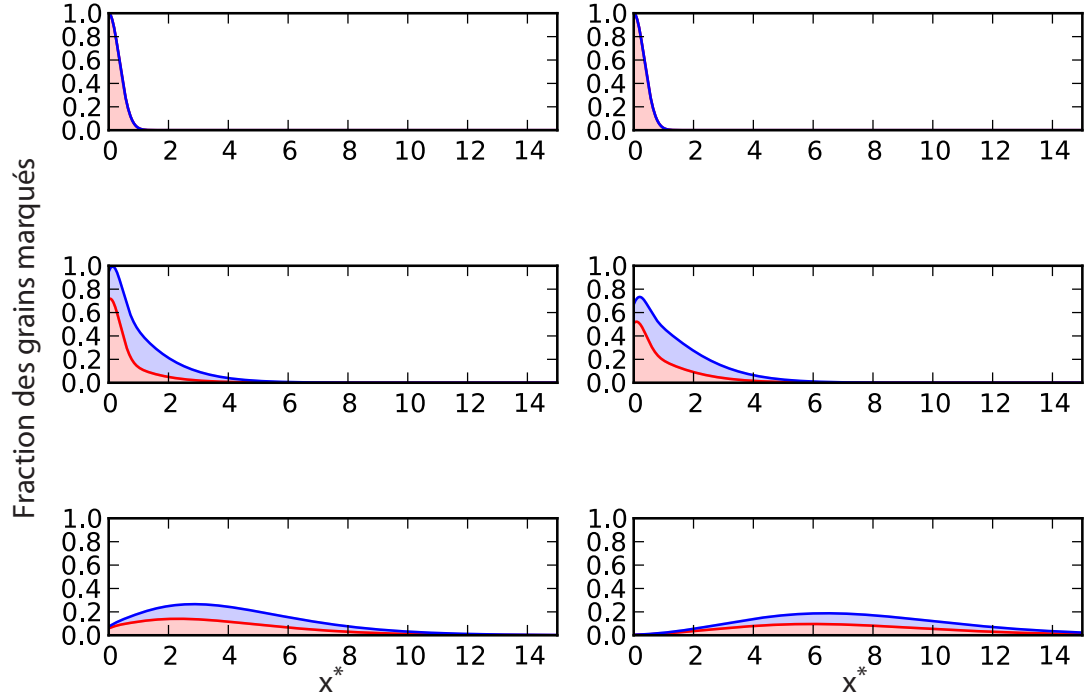


FIGURE 7.3 – Évolution de la distribution des positions des grains marqués au cours du temps (de haut en bas, à $t^* = 0, 5, 40$). En rouge la distribution des grains marqués statiques, en bleu la distribution totale des grains marqués (statiques et en mouvement). À gauche : pour $n^* = 0.05$. À droite : pour $n^* = 0.1$.

et deuxièmement la conservation des grains marqués

$$\frac{\partial(f_m n)}{\partial t} = f_s \dot{n}_e - f_m \dot{n}_d - \frac{\partial(f_m n V)}{\partial x} . \quad (7.2)$$

On peut par ailleurs écrire la dynamique des grains marqués sur le lit ³

$$\frac{\partial(f_s m)}{\partial t} = -f_s \dot{n}_e + f_m \dot{n}_d . \quad (7.3)$$

On considère à présent que le taux de déposition \dot{n}_d est directement proportionnel à nV_s/D et que le transport est stationnaire uniforme, c'est à dire qu'on a : $\dot{n}_e = \dot{n}_d$. Alors on peut réécrire les deux équations (7.2) et (7.3) de la dynamique des grains marqués comme

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} = \frac{V_s}{D}(f_s - f_m) - \frac{\partial(f_m V)}{\partial x} , \quad (7.4)$$

3. On rappelle qu'on appelle m la densité de grains immobiles sur le lit. Dans le cas d'un lit homogène, $m \approx 1/D^2$.

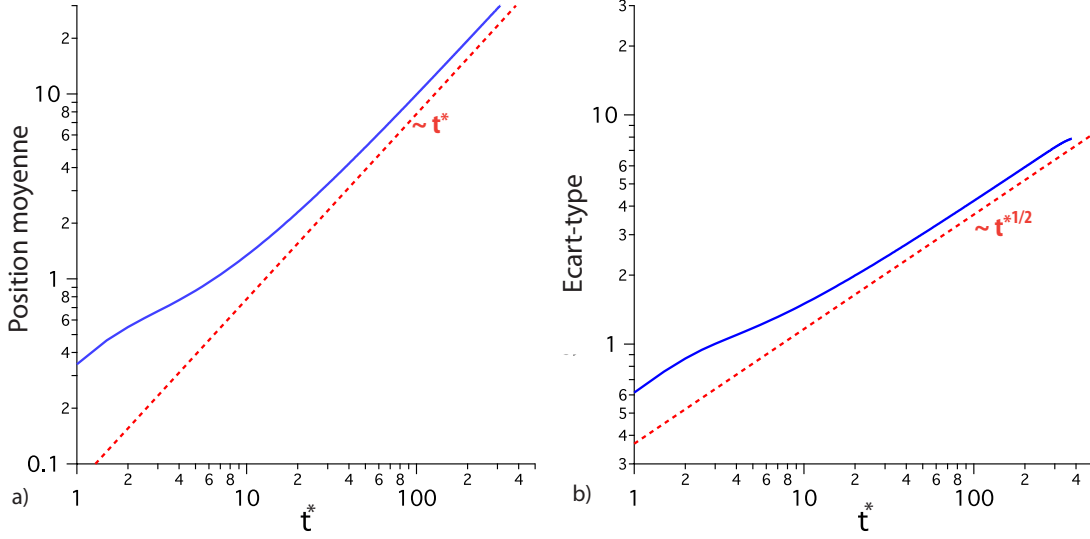


FIGURE 7.4 – Position moyenne et écart-type des distributions totales de particules marquées au cours du temps, pour $n^* = 0.05$.

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \frac{n}{m} \frac{V_s}{D} (f_m - f_s) . \quad (7.5)$$

Raisonnons avec un système adimensionné en posant $t^* = t/t_d$ et $x^* = x/(V/t_d)$, on obtient alors

$$\frac{\partial f_m}{\partial t^*} = (f_s - f_m) - \frac{\partial f_m}{\partial x^*} , \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t^*} = -n^* (f_s - f_m) , \quad (7.7)$$

avec $n^* = n/m$, qui traduit ici le degré d'intensité du transport.

La figure 7.3 présente l'évolution des distributions⁴ de la fraction de grains marqués statiques f_s (en rouge) et de la fraction de grains marqués totale (statiques et en mouvement, en bleu). Ces courbes sont issues d'un modèle numérique en volumes finis [Lajeunesse et al., 2012] des équations (7.6) et (7.7), pour deux valeurs de n^* différentes. On a posé pour cela une condition initiale de type gaussienne, centrée en $x^* = 0$.

La figure 7.4 présente la position moyenne des grains ainsi que leur dispersion autour de cette position au cours du temps. On peut observer qu'une fois passé un régime transitoire (qui dépend de la condition initiale), le déplacement moyen des grains est proportionnel au temps, soit un déplacement advectif, et leur dispersion spatiale est

4. Pour un soucis de visibilité, les distributions ont été renormalisées par la valeur maximale à l'instant initial.

proportionnelle à la racine du temps, soit un étalement diffusif.

Une perspective de cette thèse serait de tester de façon expérimentale cette prédiction du modèle, et d'en quantifier les paramètres, notamment le coefficient de diffusion.

7.3 Comprendre la dynamique des patches

On observe bien souvent des figures de tri granulométrique à la surface des lits de rivières. L'étude des rivières en tresses – particulièrement dynamiques – mettent toujours en lumière l'existence d'un zonage de la plaine en régions composées de grains plus fins et d'autres composées de grains plus grossiers (voir figures 1.1a et 1.1b, p. 10).

Ces zones – ou autrement appelées « patches » – sont généralement associées avec des variations de la topographie du lit, ce qui rend délicate la compréhension de ce phénomène à partir des observations de terrains.

Une perspective directe des résultats de cette thèse est l'étude expérimentale de la dynamique des patches dans une approche simplifiée, sans topographie et dans des conditions d'écoulement stationnaire-uniforme.

Prédictions du modèle en érosion-déposition

Dans le cas d'un lit de sédiment bimodal non-uniforme, c'est à dire avec une variation de ϕ_1 en fonction de (x, z) , on ne peut plus supposer que le transport par charriage est en régime stationnaire uniforme. En effet, on a vu que les contraintes seuils étaient des fonctions linéaires de ϕ_1 . Ainsi, à contrainte cisailante fixée, les taux d'érosion, les vitesses des grains et donc leurs longueurs de vos varient en fonction de ϕ_1 . Pour ces raisons, on ne peut résoudre simplement le cas bimodal par l'écriture d'un système d'équations linéaires comme nous l'avons fait précédemment pour le cas homogène.

Toutefois, il est à noter que le cas homogène est un cas limite du cas bimodal pour lequel on a $D_1 = D_2$. Aussi, si l'évolution du système à deux tailles doit présenter des différences, il est probable qu'il présente également des similitudes de comportement avec le cas homogène. C'est ce à quoi pourront répondre des mesures expérimentales.

Résultats expérimentaux préliminaires

La figure 7.5 présente un résultat préliminaire de l'étude expérimentale en cours d'élaboration à l'heure actuelle. La moitié du canal a été remplie de gros grains, et ceux-ci ont tous été coloriés en noir. On peut alors suivre la propagation d'un front granulométrique, dont la limite est très bien définie par la mesure de ϕ_2 issue de l'analyse

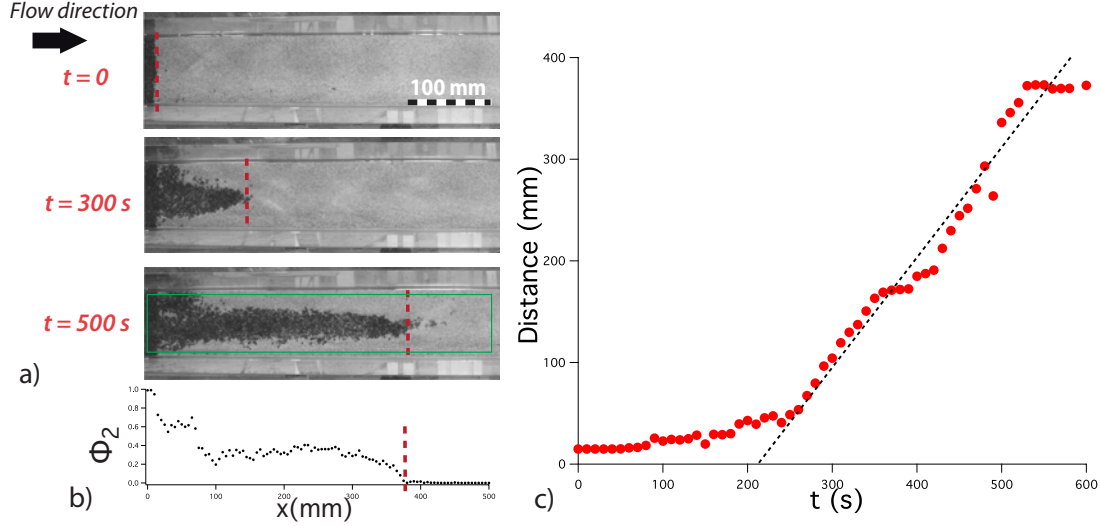


FIGURE 7.5 – Exemple d’expérience de suivi d’un front, réalisée pour $\tau_{c,2/2} < \tau < \tau_{c,1/2}$, soit pour : $0 \leq \xi_1 < 1$, et $1 \leq \xi_2$. a) Trois prises de vue verticale de la surface du lit de sédiment expérimental à différents moments de l’expérience, les gros grains sont coloriés en noirs. b) Fraction de la surface occupée les gros grains (soit la fraction noire dans le cadre vert de la photo à $t = 500\text{ s}$) en fonction de x . On pointe le front du patch en détectant le point où $\phi_2 \approx 0$. c) Distance du front détecté au cours du temps dans l’expérience. En ajustant les points entre $t^* = 300$ et $t^* = 550$, on trouve une vitesse de propagation de l’ordre de 1 mm/s .

du niveau de gris à l’image. On peut alors tracer la propagation de ce front au cours du temps. On observe sur la figure 7.5c qu’après une période transitoire, le front semble présenter une vitesse moyenne, relativement constante dans le temps.

Dans une étude approfondie nous estimerons cette vitesse pour différentes valeurs de contrainte cisailante, pour différents rapports de tailles de grains et de la même manière pour un front de petits grains sur un lit de gros grains. Il serait notamment intéressant de réaliser les diagrammes de phase de la dynamique de cet objet en fonction des paramètres ξ_i que nous avons défini dans le chapitre précédent. Ces diagrammes nous permettraient ainsi de savoir si le comportement de la propagation change de part et d’autre des différents seuils caractéristiques du lit bimodal.

Annexe A

Méthodes de détection

A.1 Calcul des vitesses instantannées

Soient les positions \vec{P}_1 des particules détectées au temps t_1 et les positions \vec{P}_2 des particules détectées au temps t_2 . Il s'agit à présent d'associer entre elles respectivement les valeurs de (\vec{x}_1, \vec{y}_1) et (\vec{x}_2, \vec{y}_2) pour calculer les déplacements et ainsi les vitesses en les divisant par le pas de temps Δt . Pour cela on peut calculer la matrice des écarts E des points entre eux.

$$E(i, j) = \sqrt{(x_1(i) - x_2(j))^2 + (y_1(i) - y_2(j))^2} \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas de la figure A.1, les choses sont simples : sur les trois images, on trouve le même nombre de positions, ce qui signifie qu'on obtient une matrice E carrée. On recherche alors les valeurs minimums de E et on trouve ainsi les points trouvés dans l'image 2 qui sont les plus proches de ceux de l'image 1.

On note également que sur cette figure les trois positions sont éloignées les unes des autres, ce qui évite toute confusion possible entre deux particules. On ne peut empêcher totalement que des situations litigieuses arrivent (c'est à dire quand deux particules passent très près l'une de l'autre). Mais, en premier lieu, les choix expérimentaux doivent tendre à réduire leur probabilité de se produire :

- 1. Le choix de colorier une fraction faible des grains ($\sim 1\%$ de la surface en général).
- 2. Le choix du pas de temps Δt tel que les déplacements soient significatifs par rapport au diamètre des grains suivis, mais petits par rapport à la distance inter-particule moyenne.
- 3. Le choix du nombre maximum de pixel détecté, qui limite la possibilité de

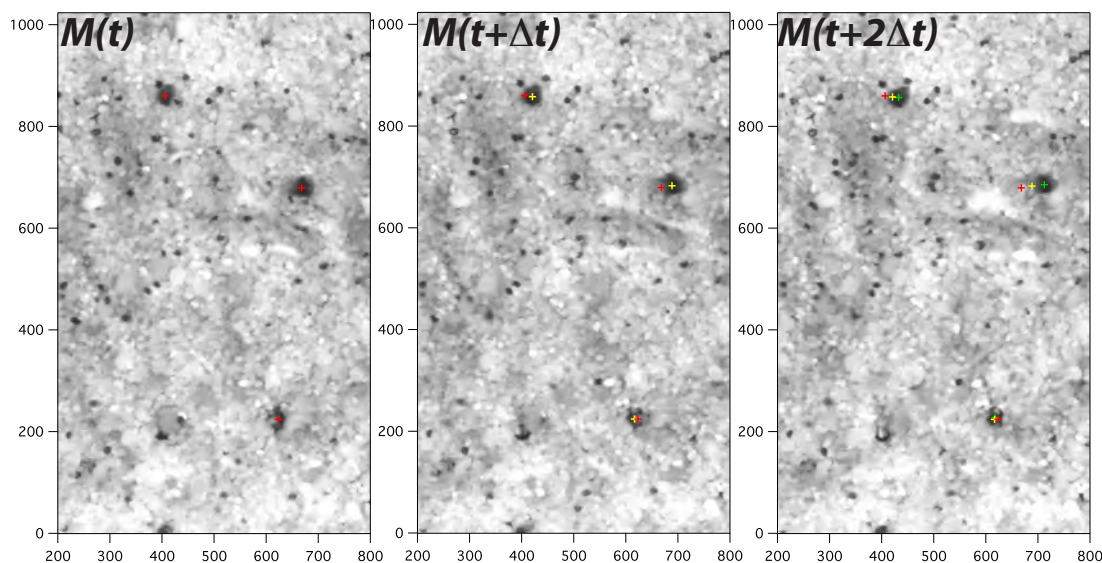


FIGURE A.1 – Positions des barycentres des particules détectées pour une série de 3 images consécutives. En rouge, les positions $P_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$, en jaunes les positions P_2 et vert les positions P_3 . Remarque : la particule du bas présente une vitesse positive puis une vitesse négative, soit un comportement typique d'un mouvement qui n'est qu'apparent, c'est à dire du fait des vagues.

détecter une position dans le cas où plusieurs particules coloriées se touchent.

- 4. Enfin, l'algorithme de traitement de la matrice des écarts a été construit en pratique pour ne pas apparier les points « orphelins ».

Ci dessous l'architecture du code¹ pour traiter n'importe quels jeux de positions détectées ($PositionX1, PositionY1$) au temps t_1 et ($PositionX2, PositionY2$) au temps t_2 :

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
variable n1, n2, nb
% n1 est la longueur du vecteur PositionsX1
% n2 est la longueur du vecteur PositionsX2

if (n2>=n1)
    nb=n1
else
```

1. Dans un langage de type Matlab/Octave.

```

        nb=n2 % Ainsi on n'apparie pas les points orphelins
    endif

% Construction de la matrice E (de dimension n1*n2)
% des ecarts de distance entre toutes les positions

E = DoDistanceMatrix (PositionsX1, PositionsY1, PositionsX2, PositionsY2, n1, n2)

variable j = 1

for j = 1:nb
    [PosMinRow, PosMinCol] = min(E) % donne les indices du minimum de E
    PosMinX1(j) = PositionsX1(PosMinRow) % Appariement des positions
    PosMinY1(j) = PositionsY1(PosMinRow)
    PosMinX2(j) = PositionsX2(PosMinCol)
    PosMinY2(j) = PositionsY2(PosMinCol)
    E(PosMinRow,:) = NAN % la valeur minimum appariee est retiree de E
    E(:,PosMinCol) = NAN
end

Vx = (PosMinX2 -PosMinX1)/Dt % Calcul des vitesses instantannees
Vy = (PosMinY2 -PosMinY1)/Dt % avec Dt le pas de temps du film

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Ainsi, on trouve toujours un certain nombre nb de déplacements qui correspondent aux écarts de positions les plus faibles. Cela n'empêche pas qu'il y'ait régulièrement des erreurs, comme à chaque fois qu'une particule apparait au temps $t + \Delta t$ alors qu'une autre présente au temps t disparaît. Une sophistication de l'algorithme permettrait de les éliminer systématiquement, mais dans notre cas, nous avons constaté que ces erreurs de détection donnaient lieu à des valeurs aberrantes, largement supérieures à l'ordre de grandeur des mesures de déplacement. En effet, cela revient à comparer la largeur de l'image au déplacement d'une particule sur un pas de temps (voir figure A.1).

A.2 Préparer un mélange homogène à deux tailles.. dont une coloriée !

Une petite section « trucs et astuces », car réaliser un beau pudding de grains n'est pas si simple.. comme le savent tous ceux qui s'y sont frottés ! Tout d'abord, comme nous l'avons évoqué dans la section 2.5.1, on ne peut espérer réaliser un lit de sédiment qui soit homogène dans l'épaisseur qu'avec deux tailles de grains dont le rapport est modéré, et à une fraction de gros grains dans le mélange plutôt inférieure 0.5².

Ensuite, pour éviter les phénomènes de ségrégation lors du mélange (c'est à dire que tous les petits grains tombent au fond), il est hautement conseillé de rajouter une fraction d'eau. Celle-ci doit être assez élevée pour pouvoir développer les forces de cohésion entre les grains dans tous le mélange, mais modérée afin que le sédiment soit humide mais pas imbibé d'eau.

Si à présent on souhaite mesurer la fraction des gros grains en les coloriant, on est confronté à deux contraintes : que la couleur tienne mais qu'elle n'altère pas les propriétés de la surface des grains (ce qui serait le cas avec des peintures à l'huile par exemple). La solution efficace et à bas coût pour laquelle nous avons opté est d'utiliser de l'encre noire indélébile. En revanche, ATTENTION, on trouve dans le commerce deux types d'encre.. dont l'une est l'horreur de l'expérimentateur dans ce cas précis. Car 1) elle ne tiens pas, et du fait, 2) passe dans l'eau, ce qui a pour effet de colorer les petits grains ainsi que la hauteur d'eau.. ce qui exclue alors de faire des mesures optiques du lit au cours de l'expérience.

Autant dire que se tromper d'encre (comme ça m'est arrivé parfois..) c'est deux semaines minimum de perdues, voir un paquet de grains par la même occasion. Je cite ici ce qu'on peut trouve sur internet pour clarifier ce problème :

"Ce que les fabricants français nomment "encre-de-chine" n'est ni de l'encre ni chinois, mais un médium à base acrylique qui sèche rapidement à la surface des papiers collés, donc le contraire des encres chinoises qui doivent pénétrer dans les fibres du support, et dont on a emprunté le nom, au risque de créer de nombreux malentendus. En anglais, on appelle l'encre de chine "Indian ink", ce qui n'a pas davantage de rapport avec le pays de Gandhi. Le vrai nom devrait être, tout simplement "Encre indélébile".

Les meilleures sont américaines et allemandes ; on ne s'en sert pas avec un stylo mais avec les plumes métalliques ou le calame. C'est le médium recommandé pour la calligraphie avancée, le dessin et le manga, etc."

2. Plus précisément, cela dépend du rapport des tailles, voir figure 2.15b.

En conclusion, la technique de coloriage à l'encre marche très bien (voir les belles photos des figures 3.5, p. 63, et 7.5, p. 134), mais veillez à n'utiliser que des produits d'importations marqués "Indian ink" (généralement plus visqueuse et vendue plus cher dans de plus petits contenants), où il vous en coutera..

Annexe B

Mesures du transport à l'échelle du grain

B.1 Comptage manuel de la densité de grains en mouvement

On se propose ici de lister les règles qu'il est apparu nécessaire de suivre pour parvenir à des mesures fiables et reproductibles du nombre de grains en mouvement par unité de surface. Ces règles, en particulier de 5 à 7, seraient autant de règles à implémenter dans un code de détection automatisé.

Tout d'abord, concernant les limitations intrinsèques au dispositif :

- 1. On ne gardera que les expériences dont les films présentent des images suffisamment nettes, afin de distinguer correctement les grains des uns des autres. Cette condition implique une attention particulière quand au réglage de la mise au point, qui doit être refaite pour chaque expérience, la hauteur d'eau - qui agit comme une lentille - variant d'une expérience à l'autre. La nécessité d'images nettes limite également les conditions maximales d'entraînement que l'on peut reproduire. En effet, à trop haute contrainte, l'agitation la surface de l'eau devient très importante, et en même temps les grains commencent à bouger les uns par dessus les autres, ce qui exclu de pouvoir mesurer correctement le flux de transport par l'analyse d'images.

Ensuite, en ce qui concerne la mesure même sur un film de qualité :

- 2. Etant donnée la nature aléatoire des trajectoires des grains charriés sur le fond, qui plus est par un écoulement turbulent, n fluctue naturellement autour

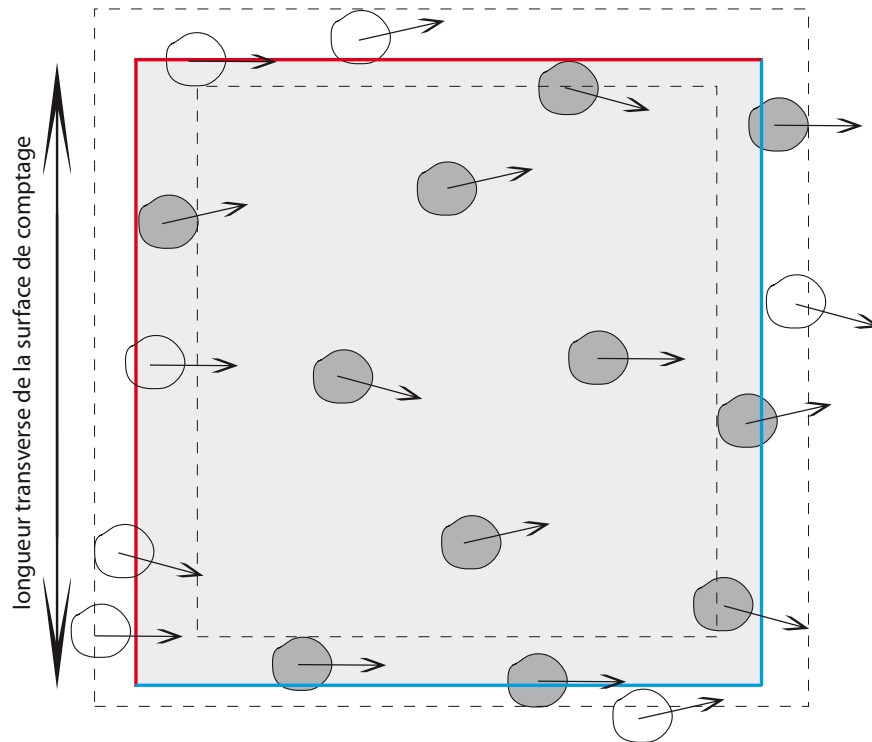


FIGURE B.1 – Sur ce schéma on a représenté une vue de dessus d'une surface de comptage et les grains en mouvement uniquement. Les grains grisés sont les grains comptabilisés selon la convention suivante : sont comptés les grains à l'intérieur de la surface et en contact avec la moitié des bordures de la surface considérée (en bleue). Les grains blancs représentent donc ceux qui ne sont pas comptabilisés, autrement dit : tous les grains hors de la surface ou qui sont en contact avec la partie rouge du cadre de la surface. Le petit cadre en tiretés représente ce que deviendrait la surface de comptage sur ce schéma si on ne considère aucun des grains en contact avec les bords. Le grand cadre en tireté, à l'inverse, représente la surface de comptage si on considère tous les grains en contact avec les bords.

d'une valeur moyenne. Aussi, il est nécessaire de mesurer le nombre de grains en mouvement sur une surface suffisante afin que la variation autour de la valeur moyenne soit négligeable. Ce qui revient à dire qu'il faut atteindre une valeur de mesure qui soit plus grande que sa barre d'erreur. La figure 3.10 (p. 71) présente deux séries temporelles obtenues pour le comptage de deux surfaces distinctes d'une partie d'un film. On peut observer qu'il faut prendre en compte les deux surfaces de l'image (symboles vert et bleu) pour atteindre une mesure qui se dégage de ses fluctuations (total des deux surfaces, représenté en noir). Cette obligation, à l'inverse de la précédente, limite notre capacité à faire des mesures pour des valeurs de contraintes cisailantes très basses.

- 3. Du fait de l'aspect chronophage de cette mesure, on tente autant que possible (c'est-à-dire en respectant la règle 2) de réduire la surface de comptage. Mais par ailleurs, la mesure de n doit être représentative autant que possible de la diversité du lit, et de ses conséquences sur l'entraînement. C'est la raison pour laquelle on utilisera toujours une longueur transverse maximale de surface de comptage (voir schéma B.1), c'est-à-dire égale à la largeur de l'image du film. Par ailleurs, la longueur de la surface de comptage dans le sens de l'écoulement doit être suffisante pour pouvoir compter le passage d'un grain dans le champ de la surface. Typiquement, il faut qu'un grain en mouvement reste au minimum dans la surface trois images consécutives.
- 4. La mesure finale de n est une moyenne en temps. Pour qu'elle soit pertinente il est nécessaire de mesurer n sur une durée grande devant le temps caractéristique de déposition de la taille de grains considéré¹. Pour nos sédiments, les temps caractéristiques $t_{d,1}$ et $t_{d,2}$ sont égaux respectivement à 0.007 et 0.01 s. En pratique, on le constate en observant plusieurs de cycles de variations de la mesure de n (voir figure 3.10, p. 71)².

En ce qui concerne la mesure de comptage entre 2 images données, il est nécessaire de se donner des règles de détection de mouvement, pour donner à un grain son statut de « transporté ». On est particulièrement confronté à ce problème du fait du mouvement apparent due aux vagues, et par ailleurs, car il arrive que des grains « vibrent » autour de leur position. C'est-à-dire que les grains bougent vraiment (vis à vis du fond avoisinant) d'avant en arrière, mais ne sont en définitive pas transportés (voir figure 4.1b, p. 81). Ainsi :

1. On considère ce temps $t_{d,i}$ de l'ordre de $D_i/V_{s,i}$ (voir partie 6).

2. Un critère quantitatif est d'ajuster la mesure de $n(t)$ et de trouver une pente égale à zéro, à l'incertitude d'ajustement près.

- 5. Si on observe que le grain avance au pas de temps $t - \Delta t$ et au pas de temps $t + \Delta t$ on le compte dans les grains transportés au pas de temps t . Et ce même si il semble en arrêt au pas de temps t , ce qui peut être due à l'artefact des vagues, ou à notre résolution en temps limitée.
- 6. Inversement, si le grain apparaît en mouvement sur un seul pas de temps, on le considère à l'arrêt. Pour se convaincre de cela, il faut voir si au bout d'un certain nombre pas de temps on peut estimer un déplacement significatif vis à vis de son environnement local. Par exemple si on peut voir un(des) grain(s) qu'il cachait avant, et inversement si son déplacement en cache d'autres). Ce questionnement devient non-trivial dès que la déformation due aux vagues devient significative.
- 7. Enfin, concernant les bords de la surface considérée lors du comptage, il est nécessaire de se donner des règles de conservation de la surface quant aux nombres de grains en mouvement qu'on considère présents sur cette surface. Pour cela, on a choisit d'adopter les conventions suivantes : 1) les grains qui touchent un bord ne sont comptés en mouvement que sur la moitié des frontières de la surface considérée de l'image. La figure B.1 schématise ce que signifie cette règle. Elle montre intuitivement pourquoi cette règle annule en moyenne les erreurs de comptage aux bords. 2) Par ailleurs, étant donné qu'on moyenne la mesure de n en temps, on ne compte en mouvement entre deux images que les grains qui sont sur la surface au pas $t + \Delta t$, c'est-à-dire sur la surface à la deuxième image $M(t + \Delta t)$ (voir figure A.1).

B.2 Distributions de vitesses et bruit des vagues

De façon générale, pour chaque mesure de vitesse instantannée u_x , on a la relation

$$u_x = u_{x,g} + u_{x,b} , \quad (\text{B.1})$$

avec $u_{x,g}$ la vitesse réelle du grain, et $u_{x,b}$ une vitesse additive (positive ou négative), qui correspond au bruit à l'instant t et à la position (x, z) du grain considéré, qui se superpose à $u_{x,g}$.

Determination de V_b

La figure B.2a présente deux distributions de vitesses u_x observées pour des grains immobiles sur le lit. De fait, ces distributions enregistrent uniquement le bruit lié au vagues ; elles se caractérisent par le fait qu'elles sont symétriques et centrées sur zéro,

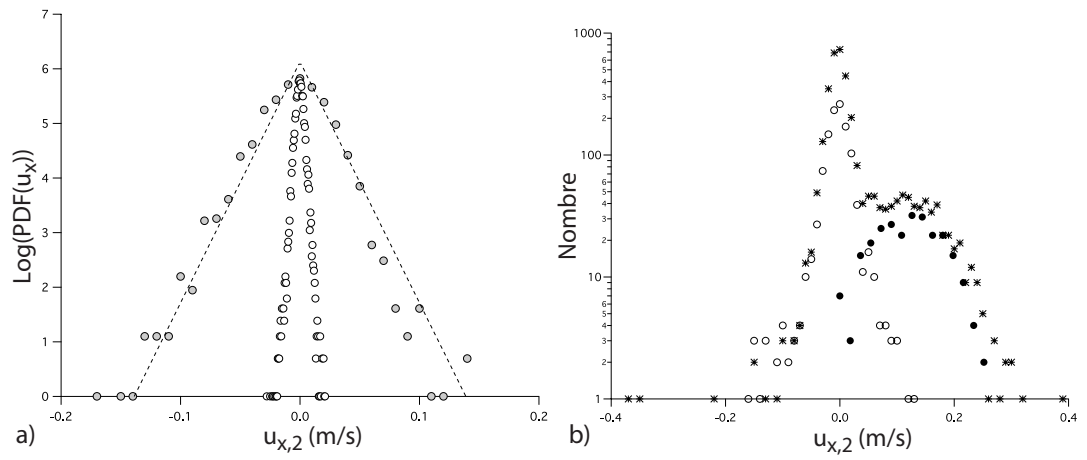


FIGURE B.2 – a) Les cercles blancs correspondent aux vitesses mesurées des grains immobiles pour une contrainte cisailante bien inférieure à la contrainte critique de mise en mouvement des grains (même données que la figure 3.11b, p. 73). Les cercles grisés correspondent aux vitesses mesurées des grains immobiles pour une contrainte cisailante supérieure à la contrainte critique de mise en mouvement des grains ($\tau_2^* = 0.085 > \tau_{c,2/2}^*$). b) Décomposition de la distribution totale (*) des vitesses instantanées des gros grains mesurées automatiquement au cours d’une expérience à $\tau_2^* = 0.033$: les cercles creux représentent les vitesses mesurées uniquement sur les particules immobiles. Les cercles pleins représentent les données obtenues en détectant uniquement le déplacement des particules identifiées en mouvement.

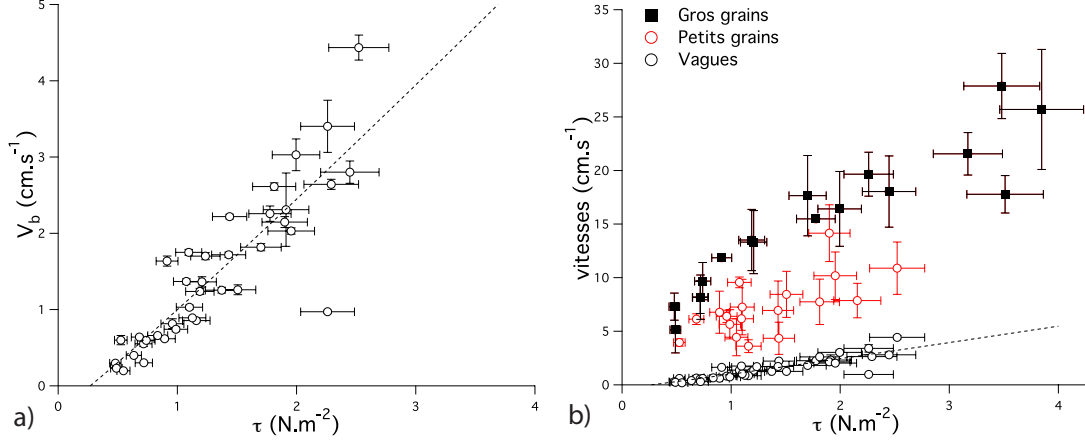


FIGURE B.3 – a) Vitesses apparentes caractéristiques du bruit produit par les vagues dans nos expériences en fonction de la contrainte cisailante. La ligne en tiretés représente un ajustement de ces données par une loi de puissance. b) Vitesses apparentes (ronds creux), et vitesses mesurées des gros (carrés pleins) et petits grains (ronds rouges) en fonction de la contrainte cisailante.

et qu'elles sont de la forme

$$PDF(u_{x,b}) = \frac{1}{V_b} \exp(-|u_{x,b}|/V_b) \quad , \quad \forall u_{x,b} \in]-\infty; +\infty[\quad , \quad (B.2)$$

avec V_b la vitesse apparente caractéristique du bruit produit par les vagues.

Durant toutes nos expériences, une fraction des grains coloriés en noir reste immobiles durant le film. Ce pourquoi on observe toujours dans les distributions de vitesses mesurées automatiquement un pic centré sur zéro, et une partie négative. Cela correspond au fait que notre programme de suivi des particules détecte à la fois les grains coloriés qui sont immobiles et ceux transportés par l'écoulement. La figure B.2b illustre cela en décomposant les données de vitesses issues d'un même film. Les figurés en étoile (*) présentent la distribution (en nombre de mesures) issue de la détection automatique des grains coloriés à l'image durant le film. Les cercles pleins et creux présentent respectivement la distributions des mouvements des grains que l'on a classés comme étant réellement dus au transport, et la distribution de ceux classés comme uniquement apparents, du fait des vagues³. L'ensemble des décompositions effectuées de la sorte, attestent que les grains transportés ne sont pas responsables de la partie négative de la distribution des vitesses. Par ailleurs, on notera que dans le cas des gros grains transportés sur un lit bimodal, les distributions de leurs vitesses faites à la main confirment

3. Cette distinction, délicate, est basée sur les mêmes règles que celles utilisées pour estimer la densité de grains en mouvement. Voir section précédente.

l'existence d'un pic positif.

Ainsi, on peut déterminer la distribution de $u_{x,b}$ à partir de l'ajustement par l'équation (B.2) de la partie négative de la distribution des vitesses de l'ensemble des grains détectés automatiquement. La figure B.3a) présente les estimations de V_b ainsi réalisées en fonction de la contrainte cisailante, pour la quasi-totalité de nos expériences⁴. Sur la figure B.3b) on a représenté les vitesses des petits (en rouge) et gros grains (en noir) au cours de notre études. On peut constater que le bruit des vagues - en valeur absolue - est plus important vis à vis des vitesses de petits grains que de celles des gros.

Effet des vagues sur la vitesse des grains en mouvement

Si ce bruit due aux vagues fausse la distribution de vitesses des grains immobiles (qui devrait être de la forme d'un Dirac), il est raisonnable de penser qu'il affecte tout autant le signal des vitesses des grains en mouvement.

Nous allons considérer à présent que cette perturbation du signal du mouvement réel des grain est de même amplitude que celle qui s'exerce sur les grains immobiles. Si on fait l'hypothèse que les deux distributions de $u_{x,g}$ et $u_{x,b}$ représentent des phénomènes indépendant l'un de l'autre, alors la distribution de $u_{x,g} + u_{x,b}$ est le produit de convolution de leurs deux distributions

$$PDF(u_{x,g} + u_{x,b}) = PDF(u_{x,g}) * PDF(u_{x,b}) .^5 \quad (B.3)$$

On notera que les grains immobiles forment un Dirac en zéro dans la distribution de u_x . Or le résultat du produit de convolution de la fonction Dirac avec une autre distribution (ici $PDF(u_{x,b})$) est la distribution. Ainsi, on a

$$PDF(u_{x,g} + u_{x,b}) = PDF \left[PDF(u_{x,g, mobile}) * PDF(u_{x,b}) + \frac{m}{n} PDF(u_{x,b}) \right] , \quad (B.4)$$

où $PDF(u_{x, mobile})$ est uniquement la distribution de vitesses des grains mobiles, et le rapport m/n exprime ici le poids respectif de la population des grains mobiles et des grains immobiles dans $PDF(u_{x,g} + u_{x,b})$.

Ainsi, connaître la forme exacte de la distribution du mouvement réel des grains $PDF(u_{x,g, mobile})$ nécessiterait de déconvoluer les distributions observées. En pratique

4. Quelques expériences de suivi de gros grains, à grandes valeurs de τ ($\simeq 3.5 - 4 \text{ N.m}^{-2}$), ne présentent pas de grains immobiles à la surface du lit, ce qui ne nous a pas permis de calculer V_b . Dans ces cas là nous l'avons estimé en extrapolant notre estimation de l'évolution de V_b avec τ .

5. On rappelle que pour deux fonctions $f(x)$ et $h(x)$, leur produit de convolution est la fonction : $(f * h)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\zeta)h(x - \zeta)d\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - \zeta)h(\zeta)d\zeta$.

l'exercice est délicat, d'autant plus pour les vitesses des petits grains, qui ne présentent pas de pics.

Une façon de s'affranchir de ces difficultés, est d'acquérir suffisamment de données, tel que la distribution soit bien définie pour les hautes vitesses. En effet, comme la distribution des vitesses réelles des grains n'admet pas de valeurs négatives, l'effet de la convolution ne perturbe pas la forme de la distribution pour les grandes vitesses.

Aussi, nous pouvons faire des hypothèses afin d'expliquer pourquoi nous ne sommes pas parvenus à obtenir de valeurs correctes de vitesses moyennes pour les petits grains :

- Premièrement car nous ne disposons pas d'assez de mesures de très grandes vitesses (i.e nos distributions n'étaient pas assez étendues) pour pouvoir correctement ajuster les distributions⁶.
- Secondement, étant donné qu'on observe que les contraintes seuils des petits grains augmentent dans les expériences bimodales, le rapport des vitesses V_b/V_1 augmente pour une contrainte donnée à mesure que l'on ajoute des gros grains dans le mélange. Ce phénomène est un facteur supplémentaire qui a pu restreindre notre capacité à analyser les distributions de vitesses des petits grains dans le cas particulier de nos expériences bimodales.

6. Ce qui n'est pas le cas concernant les expériences de *Lajeunesse et al.* [2010], notamment car plusieurs résultats d'expériences ont été sommés pour chaque valeur de contrainte cisailante, permettant ainsi d'obtenir des distributions particulièrement étendues.

Annexe C

Tableau des symboles et notations

Notation	Définition	Unités
α	angle intra particules dans un empilement	—
δ	épaisseur de la couche limite	m
δ^+	épaisseur de la sous-couche visqueuse	m
δv_i	volume individuel d'un grain de la population i	m^3
η	élévation du lit de la rivière	m
μ	viscosité dynamique du fluide	$Pa.s$
ν	viscosité cinématique du fluide	$m^2.s^{-1}$
ϕ_1	fraction de la surface du lit occupée par les grains de la population 1	—
ϕ_2	dans le cas d'une composition bimodal est égal à $1 - \phi_1$	—
ϕ_i	fraction de la surface du lit occupée par les grains de la population i	—
θ	angle de la pente moyenne du lit de sédiment	—
ρ	masse volumique de l'eau	$kg.m^{-3}$
ρ_s	masse volumique des sédiments	$kg.m^{-3}$
τ	contrainte cisailante	$N.m^{-2}$
τ^*	contrainte adimensionnée	—
τ_i^*	contrainte adimensionnée	—
τ_c^*	contrainte seuil adimensionnée	—
$\tau_{c,i}^*$	contrainte seuil adimensionnée	—
ξ_i	nombre relatif de la contrainte par rapport aux contraintes seuils des grains de la population i	—
D	diamètre des grains dans le cadre d'une composition unimodale	m
D_i	diamètre des grains de la population i ($i = 1, 2, \dots, N$)	m
D_g, D_p	diamètres des gros et petits grains dans un mélange strictement bimodale	m
D_s	diamètre moyen des grains formant le substrat/lit	m
g	accélération de la gravité	$m.s^{-2}$
H	hauteur d'eau	m
n_i	densité de grains en mouvement de taille D_i	m^{-2}
N	nombre de populations de tailles de grains dans un mélange	—
Q_s	flux total de transport solide par les rivières	$g.s^{-1}$
q_s	flux volumique total de sédiment par unité de largeur	$m^2.s^{-1}$
q_{si}	flux volumique de sédiment de la population i par unité de largeur	$m^2.s^{-1}$
q_s^*	flux de sédiment total adimensionné	—
$q_{s,i}^*$	flux de sédiment de la population i adimensionné	—
r_m	échelle de rugosité moyenne du lit de sédiment	m
R	$(\rho_s - \rho)/\rho$	—
Re_s	nombre de Reynolds de sédimentation	—
Re_*	nombre de Reynolds particulaire	—
S	pente de la rivière	—
T	durée de la mesure des flux de masses aux chrono	s
U	vitesse moyenne de l'écoulement	$m.s^{-1}$
u_*	vitesse de cisaillement de l'écoulement	$m.s^{-1}$
$u_{x,i}$	vitesse instantanée d'une particule de la population i	$m.s^{-1}$
V	vitesse moyenne des grains	$m.s^{-1}$
V_i	vitesse moyenne des grains de la population i	$m.s^{-1}$
V_b	vitesse moyenne apparente des grains immobiles due au bruit des vagues	$m.s^{-1}$
W	largeur du canal	m

TABLE C.1 – Définitions des symboles mathématiques utilisés au cours de ce manuscrit.

Notation	Definition	Units
α	intra particles angle	–
δ	flow boundary layer depth	m
δ^+	viscous sub-layer depth	m
δv_i	volume of an individual grain of the i^{th} population	m^3
η	bed elevation	m
μ	dynamic viscosity	$Pa.s$
ν	cinematic viscosity	$m^2.s^{-1}$
ϕ_1	surface fraction of small grains i.e. fraction of the bed surface covered with grains of the population 1	–
ϕ_2	$1 - \phi_1$, in the bimodal case	–
ϕ_i	fraction of the bed surface covered with grains of the population i	–
θ	average angle of the bed slope	–
ρ	water density	$kg.m^{-3}$
ρ_s	sediments density	$kg.m^{-3}$
τ	shear stress	$N.m^{-2}$
τ^*	dimensionless shear stress, or Shields number	–
τ_i^*	dimensionless shear stress of the i^{th} population	–
τ_c^*	critical dimensionless shear stress	–
$\tau_{c,i}^*$	critical dimensionless shear stress of the i^{th} population	–
ξ_i	$(\tau_i^* - \tau_{c,i/1}^*) / (\tau_{c,i/2}^* - \tau_{c,i/1}^*)$	–
D	grains diameter (in the unimodale case)	m
D_i	diameter of the grains of the i^{th} population ($i = 1, 2, ..., N$)	m
D_g, D_p	large and small grains diameter of a bimodal sediment	m
D_s	mean diameter of the bed surface	m
g	gravity acceleration	$m.s^{-2}$
H	water flow depth	m
n_i	surface density of the moving grain of size D_i	m^{-2}
N	number of grain size populations in the sediment bed	–
u_*	shear velocity	$m.s^{-1}$
Q_s	total solid transport rate	$g.s^{-1}$
q_s	volumetric transport rate per unit of width	$m^2.s^{-1}$
q_{si}	volumetric transport rate per unit of width of the i^{th} population	$m^2.s^{-1}$
q_s^*	dimensionless total transport rate	–
$q_{s,i}^*$	dimensionless total transport rate of the i^{th} population	–
r_m	geometrical roughness of the sediment bed	m
R	$(\rho_s - \rho) / \rho$	–
Re_s	settling Reynolds number	–
Re_*	particle Reynolds number	–
S	river slope	–
T	masse measure duration	s
U	average flow velocity	$m.s^{-1}$
$u_{x,i}$	instantaneous velocity of a grain of size D_i	$m.s^{-1}$
V	average moving grains velocity	$m.s^{-1}$
V_i	average moving grains velocity of the i^{th} population	$m.s^{-1}$
V_b	apparent average moving grains velocity, due to waves	$m.s^{-1}$
W	flume width	m

TABLE C.2 – Definitions of the mathematical symbols used in this paper.

Annexe D

Article publié : Bedload transport
of a bimodal sediment bed

Bedload transport of a bimodal sediment bed

M. Houssais¹ and E. Lajeunesse¹

Received 10 May 2012; revised 7 September 2012; accepted 17 September 2012; published 25 October 2012.

[1] Despite several decades of investigations, accounting for the effect of the wide range of grain sizes composing the bed of rivers on bedload transport remains a challenging problem. We investigate this problem by studying experimentally the influence of grain size distribution on bedload transport in the simple configuration of a bimodal sediment bed composed of a mixture of 2 populations of quartz grains of sizes $D_1 = 0.7 \pm 0.1$ mm and $D_2 = 2.2 \pm 0.4$ mm, respectively. The experiments are carried out in a tilted rectangular flume inside which the sediment bed is sheared by a steady and spatially uniform turbulent flow. Using a high-speed video imaging system, we focus on the measurement of the average particle velocity and the surface density of moving particles, defined as the number of moving particles per unit surface of the bed. These two quantities are measured separately for each population of grains as a function of the dimensionless shear stress (or Shields number) and the fraction of the bed surface covered with small grains. We show that the average velocity and the surface density of moving particles obey the same equations as those reported by Lajeunesse et al. (2010) for a bed of homogeneous grain size. Once in motion, the grains follow therefore similar laws whether the bed is made of uniform sediment or of a bimodal mixture. This suggests that the erosion-deposition model established by Lajeunesse et al. (2010) for a bed of uniform sediment can be generalized to the case of a bimodal one. The only difference evidenced by our experiments concerns the critical Shields number for incipient sediment motion. Above a uniform sediment bed, the latter depends on the particle Reynolds number through the Shields curve. In the case of a bimodal bed, our experiments show that the critical Shields numbers of both populations of grains decrease linearly with the fraction of the bed surface covered with small grains. We propose a simple model to account for this observation.

Citation: Houssais, M., and E. Lajeunesse (2012), Bedload transport of a bimodal sediment bed, *J. Geophys. Res.*, 117, F04015, doi:10.1029/2012JF002490.

1. Introduction

[2] The wide range of grain sizes found in most rivers, especially gravel bed rivers, complicates the problem of the prediction of bedload transport rate. As stated by *Wilcock and Kenworthy* [2002], grain size influences sediment transport in two different ways. For given flow conditions above a bed of homogeneous sediment, transport is controlled by the absolute size of grains, small grains being more mobile than large ones. However, when the sediment bed is a mixture of different grain sizes, relative size effects tend to increase the transport rate of larger grains and decrease the transport rate of smaller grains [*Wilcock*, 1993, 2001; *Wilcock and Kenworthy*, 2002]. This effect is very sensitive to the composition of the mixture which can change during transport and in response to variations in flow and sediment supply. Relative size effects thus

influence the transport rate of each individual size and, consequently, the overall transport rate in a gravel bed river [*Kuhnle and Southard*, 1988; *Wilcock and Crowe*, 2003; *Parker*, 2008].

[3] A first approach to tackle this difficult problem consists of avoiding part of the difficulties associated with specifying individual size distribution by predicting the total transport rate as a function of a single representative grain size D , usually the median diameter D_{50} of the grain-size distribution [*Meyer-Peter and Müller*, 1948]. Within the framework of this approach, the volumetric transport rate per unit river width q_s is related to the flow shear stress τ by the *Meyer-Peter and Müller* [1948] equation,

$$q_s^* = c (\theta - \theta_c)^{3/2}, \quad (1)$$

where c is a dimensionless coefficient, q_s^* is a dimensionless transport rate called the Einstein number and θ is a dimensionless shear stress called the Shields number. These two dimensionless numbers are defined by

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{RgD^3}}, \quad (2)$$

$$\theta = \frac{\tau}{\rho RgD}, \quad (3)$$

¹Equipe de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe, Sorbonne Paris Cité, Paris, France.

Corresponding author: M. Houssais, Equipe de Dynamique des Fluides Géologiques, Institut de Physique du Globe, Sorbonne Paris Cité, 1 rue Jussieu, FR-75238 Paris CEDEX 05, France. (houssais@ipgp.fr)

©2012. American Geophysical Union. All Rights Reserved.
0148-0227/12/2012JF002490

Table 1. Examples of Hiding Functions Commonly Found in the Literature^a

Hiding Function	Reference	Remark
$\left[1 + \frac{\ln(D_i/D_c)}{\ln(19)}\right]^{-2}$	Egiazaroff [1965]	Theoretical modeling
$\left[1 + \frac{\ln(D_i/D_c)}{\ln(19)}\right]^{-2}$ for $\frac{D_i}{D_c} > 0.4$ $0.843 \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-1}$ for $\frac{D_i}{D_c} \leq 0.4$	Ashida and Michiue [1973]	Based on experimental data
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0.98}$	Parker et al. [1982]	Based on field data
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0.74}$	Powell et al. [2001, 2003]	Based on field data
$\left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-\gamma}$ with $\gamma = \frac{0.69}{1 + e^{(1.5 - D_i/D_c)}} - 1$	Wilcock and Crowe [2003]	Based on experimental data

^aEgiazaroff [1965] and Ashida and Michiue [1973] define D_c as the arithmetic mean surface grain size whereas Parker et al. [1982], Parker [1990] and Wilcock and Crowe [2003] used the geometric mean surface grain size.

where g is the gravitational acceleration, ρ is the fluid density, ρ_s is the sediment density and $R = (\rho_s - \rho)/\rho$. The critical Shields number θ_c is the value of θ below which sediment transport ceases [Shields, 1936; Meyer-Peter and Müller, 1948]. Equation (1) is practical because the only sediment data required are the representative size and the value of θ_c . It is however unable to predict changes of grain size distribution in the river.

[4] A second approach consists of discretizing the grain-size distribution into a finite number N of populations of characteristic grain size D_i and investigating how the transport rate of each population, $q_{s,i}$, depends on the shear stress and the grain-size distribution at the bed surface [Parker, 2008]. It is usually observed that 1) $q_{s,i}$ increases with the proportion of grains belonging to the i th population within the surface layer, f_i ; 2) far from the threshold of motion, $q_{s,i} \propto \theta_i^{3/2}$ where $\theta_i = \tau/\rho R g D_i$ is the Shields number calculated for the grain size D_i [Liu et al., 2008]. Consequently, many authors hypothesized a relation of the following form [Wilcock, 1988; Parker, 2008]:

$$\frac{q_{s,i}^*}{f_i} = F(\theta_i, \theta_{c,i}) \theta_i^{3/2}, \quad (4)$$

where $q_{s,i}^* = q_{s,i}/\sqrt{R g D_i^3}$ is the dimensionless transport rate of the grains of size D_i and $F(\theta_i, \theta_{c,i})$ is a function capturing the complexity introduced by the grain-size distribution. Among other things, $F(\theta_i, \theta_{c,i})$ depends on the critical Shields number of incipient motion associated with the grains of size D_i , $\theta_{c,i}$, which depends in turn on the grain-size distribution at the bed surface. Within the framework of this approach, authors have therefore focused on the determination of both $F(\theta_i, \theta_{c,i})$ and $\theta_{c,i}$ from experimental data and theoretical modeling.

[5] Parker et al. [1982], for example, proposed that

$$F(\theta_i, \theta_{c,i}) = a \theta_i^l \cdot [\theta_i^m - b \cdot \theta_{c,i}^m]^p, \quad (5)$$

where a , b , l , m and p are adjustable coefficients depending on the configuration investigated [Parker et al., 1982; Parker, 1990; Wilcock and Kenworthy, 2002; Wilcock and

Crowe, 2003; Powell et al., 2001, 2003]. As the Shields number approaches the value of incipient sediment motion, sediment transport becomes sensitive to local bed heterogeneities and pavement effects, which may not be captured by (5). This led to the formulation of several transport laws specifically designed to describe sediment transport in the vicinity of the threshold [Parker et al., 1982; Parker, 1990; Wilcock and Kenworthy, 2002; Wilcock and Crowe, 2003].

[6] The prediction of the critical Shields number of the grains of size D_i , $\theta_{c,i}$, rests on a qualitatively well observed phenomenon: the ability of a grain of size D_i to move with respect to some representative grain size D_c increases with the ratio D_i/D_c [Parker, 2008]. This is usually formulated by a relation of the form

$$\frac{\theta_{c,i}}{\theta_{c,c}} = G\left(\frac{D_i}{D_c}\right), \quad (6)$$

where $\theta_{c,c} = \tau_{c,c}/\rho g D_c$ is the critical Shields number of the representative grain size, $\tau_{c,c}$ is the value of the shear stress at which grains of size D_c start moving and G is the so-called hiding function which incorporates relative size effects [Kirchner et al., 1990; Buffington et al., 1992].

[7] The frequently cited forms of the hiding function $G(D_i/D_c)$ are listed in Table 1. Most of them reduce to

$$\frac{\theta_{c,i}}{\theta_{c,c}} = \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-\gamma}, \quad (7)$$

with $0 \leq \gamma \leq 1$. Equation (7) presents two interesting limiting cases. The first one corresponds to $\gamma = 0$ which implies $\theta_{c,i}/\theta_{c,c} = 1$. In this case, a grain of given size D_i within a mixture has exactly the same critical Shields number as it would have if the bed was composed entirely of grains of size D_i . In such a scenario, the initiation of transport of sediment mixtures is highly selective, based on grain size. The second limiting case corresponds to $\gamma = 1$ which implies $\theta_{c,i}/\theta_{c,c} = D_i/D_c$ so that $\tau_{c,i} = \tau_{c,c}$ where $\tau_{c,i}$ is the value of the shear stress at which grains of size D_i start moving. In this limiting case, the effect of the mixture is to equalize the threshold of motion so that all grains are mobilized at the same absolute boundary shear stress, a configuration referred to as “equal mobility”. In practice, sediment mixtures appear to behave in between these two limiting cases.

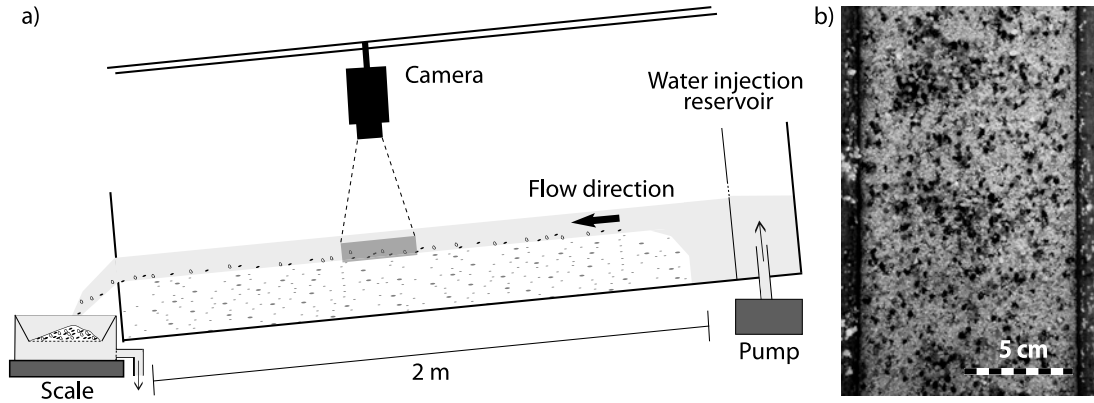


Figure 1. (a) Scheme of the experimental setup. (b) Sediment bed (top view) for an experimental run of the series 2 ($\phi_1 = 0.71$). On this image, the large grains are dyed in black whereas the small ones are white.

[8] The transport laws discussed so far rely on the fit of empirical sediment transport rate curves. Consequently the physical meaning of the coefficients involved in equations (5) and (7) is unclear. An alternative approach to the problem of bedload transport is to consider that $q_{s,i}$ can be written

$$q_{s,i} = \delta v_i n_i V_i, \quad (8)$$

where n_i (dimensions $[L]^{-2}$) is the surface density of moving particles of the i th population defined as the number of particles of size D_i in motion per unit bed area, V_i is their averaged velocity and δv_i is the volume of an individual particle. A better insight in the problem of bedload transport can be gained from the separate measurements of V_i and n_i and the determination of their dependence on the control parameters. This approach has motivated several experimental investigations of bedload transport at the grain scale and the development of statistical transport models [Einstein, 1937, 1950; Francis, 1973; Fernandez-Luque and Van Beek, 1976; Abbott and Francis, 1977; Lee and Hsu, 1994; Ancey et al., 2008; Ganti et al., 2009; Ancey, 2010; Furbish et al., 2012a, 2012b, 2012c; Roseberry et al., 2012].

[9] Lajeunesse et al. [2010], in particular, reported the results of an experimental investigation of the motion of bedload particles, under steady and spatially uniform turbulent flow above a flat sediment bed of uniform grain size. Using a high-speed video imaging system to investigate the trajectories of the moving particles, they found that: (1) the surface density of moving particles increases linearly with $(\theta - \theta_c)$,

$$\frac{n}{\sigma} = \alpha(\theta - \theta_c), \quad (9)$$

where $\alpha = 4.6 \pm 0.2$ is a coefficient related to the erosion and deposition rate of bedload particles and $\sigma = 1/D^2$ is the number of particles at repose per unit surface of the bed; (2) the average particle velocity increases linearly with $(\theta^{1/2} - \theta_c^{1/2})$, with a finite nonzero value at threshold,

$$\frac{V - V_c}{V_s} = \beta(\theta^{1/2} - \theta_c^{1/2}), \quad (10)$$

where $V_s = \sqrt{RgD}$ is a characteristic sedimentation velocity and $\beta = 4.4 \pm 0.2$ and $V_c/V_s = 0.11 \pm 0.03$ are two fitting coefficients.

[10] As far as we know, experiments similar to those of Lajeunesse et al. [2010] have been carried out with homogeneous sediment beds only. In this paper, our objective is therefore to extend the experimental approach of Lajeunesse et al. [2010] to the case of a mixture of sediments of different sizes. To this end, we investigate experimentally bedload transport above a bed composed of a bimodal mixture of small and large grains sheared by a turbulent flow in a small experimental flume. We focus on the measurement of the surface density of moving particles and of their average velocity for each size fraction. The experimental results allow us to characterize how sediment transport depends on the proportion of small and large grains on the bed.

2. Experimental Apparatus and Procedure

2.1. Experimental Setup

[11] The experiments were conducted in a tilted laboratory flume of length 240 cm and width $W = 9.6$ cm (Figure 1a). The bottom of the flume was covered with a sediment bed composed of a mixture of small and large irregularly shaped quartz grains of density $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ (Figure 1b). The average size of the small grains determined from sieve analysis was $D_1 = 0.7 \pm 0.1$ mm whereas the average size of the large grains estimated from image analysis was $D_2 = 2.2 \pm 0.4$ mm.

[12] The bed, typically 10 centimeters thick, was flattened by sweeping a rake whose orientation and distance from the bottom of the flume were constrained by two rails parallel to the channel. The bed slope S was measured with a digital inclinometer (accuracy 0.1°).

[13] Once the bed was ready, water was injected by a pump at the upstream flume inlet with a constant flow discharge Q_w measured with a flowmeter (accuracy 0.01 L/minute). The discharge was always high enough for the flow to form across the full width of the flume. To prevent any disturbance of the bed, water was not injected as a point source but rather it overflowed smoothly onto the river bed via a small reservoir (see Figure 1). The reservoir extended across the full width of the channel and therefore guaranteed a flow injection that was uniform across the channel width.

[14] Each experimental run consisted of the preparation of an initial flat bed composed of a bimodal mixture of grains. The sediment bed was then sheared by a steady and spatially uniform turbulent flow. The motion of the particles entrained by the flow was studied with a high speed camera as described in the next sections. The typical duration of an experimental run was a few minutes. Once the experimental run was over, a new bed was prepared and a new experiment was performed with different values of the control parameters which are the flow rate, the bed slope and the proportion of small and large grains.

2.2. Measurement of the Surface Fraction of Small Sediments

[15] The surface fraction of small sediments, ϕ_1 , defined as the fraction of the bed surface covered with small grains, was measured for each experimental run. This was achieved by using a camera positioned above the experimental setup to acquire images of the sediment bed. These images were used to measure the fraction of the bed surface covered with large grains, ϕ_2 , from a direct counting of the coarse grains within the field of view of the camera. The fraction of small grains was then deduced from $\phi_1 = 1 - \phi_2$.

2.3. Measurement of the Shields Number

[16] Because we did not feed sediment at the channel inlet, an erosion wave slowly propagated from the inlet toward the outlet of the flume. All our experiments were stopped well before this degradation wave had reached the middle of the flume where we performed our measurements so that it never interfered with our results. Indeed the slope of the sediment bed measured at the end of each experimental run was equal to the initial slope within the experimental accuracy.

[17] The sidewalls of the flume were made of glass of roughness negligible compared to that of the sediment bed. The water flow depth H measured with a ruler (accuracy ± 1 mm) at three locations regularly spaced along the flume was constant along the section of the flume (within the experimental accuracy). The flow was therefore uniform. In these conditions, the shear stress on the sediment bed was estimated using the classical steady flow assumption

$$\tau = \rho g R_h S, \quad (11)$$

where g is the acceleration of gravity, and $R_h = HW/(2H + W)$ is the hydraulic radius. The Shields number for each grain size i is then given by:

$$\theta_i = \frac{R_h S}{R D_i}. \quad (12)$$

The uncertainties in τ and θ_i result from the uncertainties in the measurements on H and S .

2.4. Measurement of the Sediment Transport Rate

[18] Sediment particles transported by the flow settled out in a constant water level overflow tank located at the flume outlet. The tank rested on a high-precision scale (accuracy 0.1 g) connected to a computer that recorded the mass every 5 s. The total sediment discharge per unit channel width q_s was deduced from the sediment cumulative mass. The initiation of the flow was followed by a transient phase which lasted for about two minutes. After this transient, the

transport rate reached a steady state. All the experimental measurements described hereafter were performed during this steady state regime and as long as the bed was flat. As discussed in the previous section, these experimental conditions facilitate the estimate of the flow shear stress.

[19] Our setup provides real time measurements of the total sediment transport rate only. The fractional transport rates for each grain size, $q_{s,1}$ and $q_{s,2}$, were estimated by interposing a grid between the flume outlet and the overflowing tank once the steady state regime had been reached. $q_{s,1}$ and $q_{s,2}$ were then estimated with an accuracy of typically 1% by sieving and weighing the sediments accumulated over the grid.

2.5. Characterization of the Motion of the Particles

[20] The motion of the particles entrained by the flow was observed using a high-speed camera (250 images/s, 1024×1024 pixels) positioned vertically above the bed. The grains entrained by the flow followed intermittent trajectories composed of a succession of periods of rest and periods of motion. Although qualitatively similar, the motion of small and large grains had to be studied following different experimental protocols as described in the next sections.

2.5.1. Measurement of the Surface Density of Moving Particles

[21] The surface densities of small and large moving particles, n_1 and n_2 , were measured for each experimental run by counting manually the numbers of particles of each size moving downstream between two successive frames within the field of view, and averaging over a sufficiently large number of frames, typically several hundreds, for the mean to converge.

[22] Because of slight oscillations of the water surface, a resting grain may appear to be in motion. However, such an apparent displacement fluctuates back and forth around a fixed position so that the time integrated displacement of the corresponding grain is null. This is not the case if the particle actually moves. To determine reliably whether a particle is at rest or not, we therefore correlated the displacement of each examined particle on several successive images. Particles that appeared to slightly rock back and forth were considered at rest. This method turned out to be efficient but difficult to automatize. This is why moving particles were identified by one person. Although time consuming, this method was far better than the automated techniques we tried to implement.

2.5.2. Measurement of the Velocity of the Large Grains

[23] The images were also used to measure the velocities of the large grains. To do so, a small fraction of the large particles were dyed in black. This allowed us to track their position from frame to frame, with a time resolution of 0.004 s, using a particle tracking algorithm developed in our lab. The data were then processed to calculate the streamwise components of the large particle velocities, $u_{x,2}$. The spatial resolution of the images was such that the diameter of the large particles was about 50 pixels and the size of the field of view of the order of 20×20 particle diameters. Under these conditions, we were able to determine the position of the center of mass of a particle on an image with a spatial resolution on the order of 2% of a grain diameter. The oscillations of the water surface, which are the main source of experimental error, degraded the accuracy of these measurements causing an apparent movement of particles at rest. The corresponding noise was calibrated for each experimental run

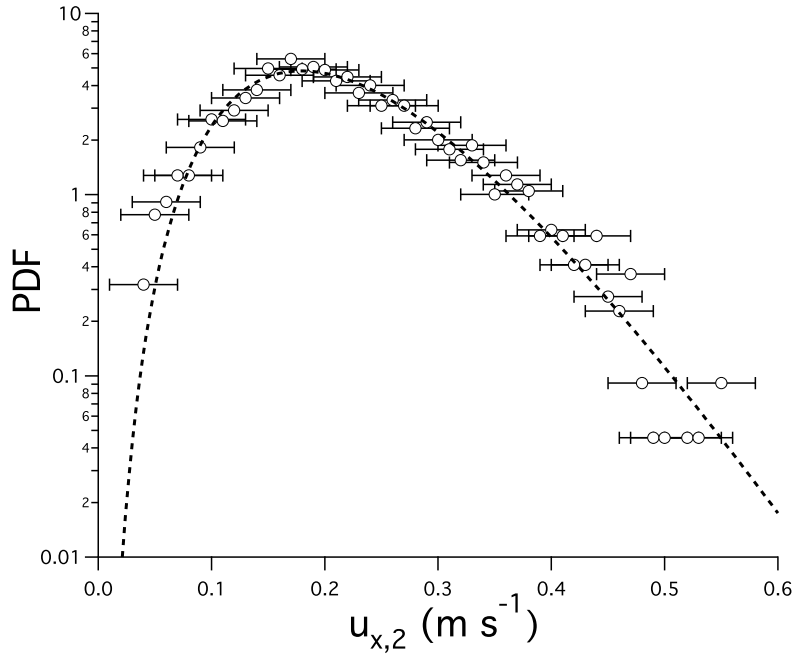


Figure 2. PDF of the streamwise velocity component of the large particles, $u_{x,2}$, measured for $\theta_2 = 0.087$ and $\phi_1 = 0.71$. The dotted line corresponds to a fit of the data by equation (13).

by computing this apparent velocity. This allowed us to define a cutoff velocity in the range $1\text{--}3\text{ cm s}^{-1}$ depending on the water flow rate, below which the velocity measurement was considered too noisy to be taken into account.

[24] Measuring a large number (typically 7000 for each experimental run) of large particles instantaneous velocities allowed us to compute their experimental distributions. For the explored range of parameters, these distributions all exhibit a peak and are skewed to the large velocities (see Figure 2). They are well fitted by a chi-squared distribution:

$$\chi^2(u_{x,2}, k) = \frac{u_{x,2}^{k/2-1} e^{-u_{x,2}/2}}{2^{k/2} \Gamma(k/2)}, \quad (13)$$

where Γ is the gamma function and k is a fitting coefficient, equal to the mean of the chi-squared distribution. The average velocity of the large particles, V_2 , was therefore computed for each experimental run from a fit of the experimental distribution of $u_{x,2}$ by equation (13).

[25] For each experimental run, the transport rate of the large particles deduced from the average velocity and the surface density of moving particles, $\delta v_2 n_2 V_2$ (see equation (8)), was compared to the transport rate directly measured with the scale at the flume outlet. As illustrated by Figure 3, the two methods led to similar values thus confirming the consistency of the experimental data.

2.5.3. Measurement of the Velocity of the Small Grains

[26] The noise introduced by the water surface oscillations did not prevent us from detecting whether a small grain is moving or not using the procedure described above. However, it did not allow us to measure the velocity of the small particles with a satisfying accuracy. As a result the automated technique used to measure the experimental distributions of the velocities of the large grains could not be

employed with the small ones. The average velocity of the small particles, V_1 , was therefore computed from the measurement of the transport rate $q_{s,1}$ and the surface density of moving particles, n_1 , using equation (8)

$$V_1 = \frac{q_{s,1}}{\delta v_1 n_1}. \quad (14)$$

3. Experimental Results

[27] We performed a total of 53 experiments with bed slopes ranging from 5.10^{-3} to 7.10^{-2} , water discharges ranging from 20 to 62 L min^{-1} and flow depth ranging from 1 to 3 cm. These experimental runs are organized in 4 series, labeled from 0 to 3. Each series correspond to a different bed composition, namely $\phi_1 = 1$ (uniform bed of small particles), 0.92, 0.71 and 0.54, respectively. We also used an additional set of data, labeled 4, extracted from Lajeunesse *et al.* [2010] and corresponding to measurements performed with a uniform bed of large particles i.e. $\phi_1 = 0$. Altogether, these 5 experimental series cover a relatively wide range of parameters summarized in Table 2.

3.1. Phenomenology

[28] The images acquired with the fast camera reveal that the motion of the sediments entrained by the flow above a bimodal bed is *qualitatively* similar to the one reported for the case of a unimodal bed of sediment: 1) only a small fraction of the sediment bed particles is entrained by the flow; 2) these bedload particles exhibit intermittent behavior: periods of motion, called “flights” and characterized by a highly fluctuating velocity, alternating with periods of rest.

[29] However the relative proportion of small and large particles at the bed surface influences quantitatively the

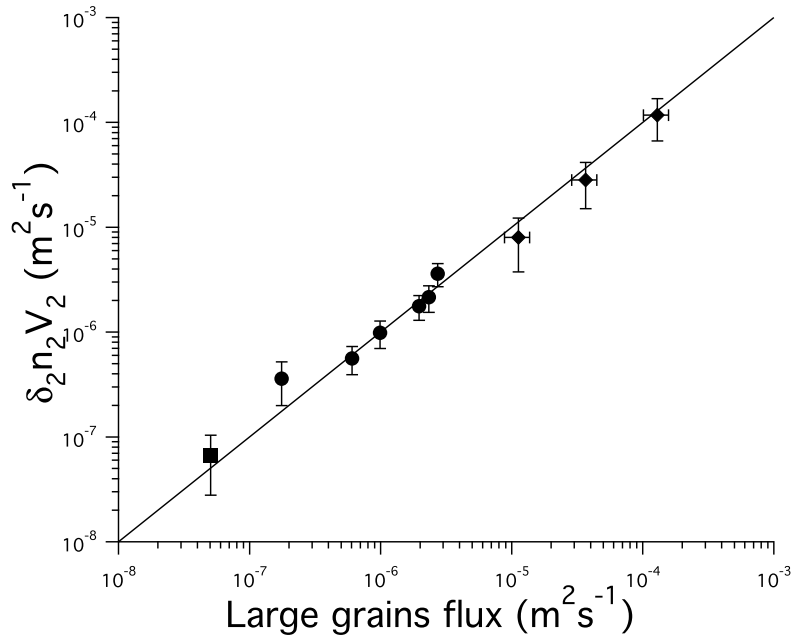


Figure 3. Transport rate of the large grains deduced from the average velocity and the surface density of moving particles, $\delta_2 n_2 V_2$ (see equation (8)), plotted as a function of the sediment transport rate directly measured with the scale at the flume outlet. Circles, squares and diamonds correspond to the experimental series 1, 2, and 4, respectively. The solid line corresponds to a linear relationship of slope 1.

sediment transport rate. The total sediment flux measured by the scale at the flume outlet is plotted on Figure 4 as a function of the flow shear stress for two different experimental series. For a given shear stress, the total sediment transport rate varies with the surface fraction of fine sediments, ϕ_1 .

3.2. Surface Density of Moving Particles

[30] By analogy with *Lajeunesse et al.* [2010], we chose to normalize the surface density of moving particles of a given size D_i with respect to the number of static particles of the same size available per unit surface of the bed, $\sigma_i = \phi_i/D_i^2$. We therefore introduce the dimensionless surface density of moving particles of size D_i :

$$n_i^* = \frac{n_i}{\phi_i} \frac{D_i^2}{\phi_i} \quad \text{with } i = 1, 2. \quad (15)$$

The dimensionless surface densities of large particles in motion, n_2^* , measured for $\phi_1 = 0.91$ and $\phi_1 = 0.54$ (experimental series 1 and 3, respectively) are plotted as a function of the Shields number, θ_2 , on Figure 5. Two observations can be made: 1) n_2^* is 0 below a threshold value of the Shields number, which differs between the two series; 2)

above this threshold, n_2^* increases linearly with θ_2 . These observations hold for all experimental series and both grain sizes. It seems therefore natural to define the critical Shields number of the grains of size D_i , $\theta_{c,i}$, from the threshold value below which n_i^* vanishes. A linear fit of n_i^* versus θ_i , $i = 1, 2$, for each experimental series leads to the values of $\theta_{c,i}$ reported in Table 2. As commonly observed, the critical Shields number decreases when the proportion of fine sediments on the bed, ϕ_1 , increases. These variations will be discussed later.

[31] Another interesting observation can be made from Figure 5: the slope of the relationship between the surface density of moving grains and the Shields number is identical for the two series of data plotted on this graph. This result can be generalized to both grain sizes ($i = 1, 2$) and all experimental series. Indeed, plotting the dimensionless surface densities measured for the 5 experimental series, n_i^* , as a function of $(\theta_i - \theta_{c,i})$ for both grain sizes reasonably merges all data on the same line (Figure 6). A fit of this line leads to the linear relationship

$$n^* = \frac{n_i D_i^2}{\phi_i} = (4.2 \pm 0.2)(\theta_i - \theta_{c,i}). \quad (16)$$

Table 2. Range of Parameters Explored for Each Series of Experiments^a

Series	ϕ_1	S	θ_1	θ_2	$\theta_{c,1}$	$\theta_{c,2}$	Re_1^*	Re_2^*	H/D_1	H/D_2
0	1	0.0052–0.008	0.045–0.106	-	0.041 ± 0.004	-	16.4–25.1	-	18–34	-
1	0.91 ± 0.01	0.0045–0.032	0.041–0.301	0.013–0.096	0.044 ± 0.003	0.006 ± 0.001	15.7–42.2	49–132	16–26	5–9
2	0.71 ± 0.05	0.0055–0.033	0.055–0.274	0.018–0.087	0.07 ± 0.005	0.012 ± 0.002	18–40.3	56.5–126.1	16–25	5–9
3	0.54 ± 0.05	0.007–0.035	0.051–0.332	0.016–0.106	0.068 ± 0.004	0.017 ± 0.001	17.4–44.3	54.4–138.9	15–30	5–10
4	0	0.01–0.068	-	0.02–0.15	-	0.023 ± 0.003	-	65–179	-	4–6

^aThe series labeled 0 to 3 were performed by the authors, the data of the 4th series are extracted from *Lajeunesse et al.* [2010].

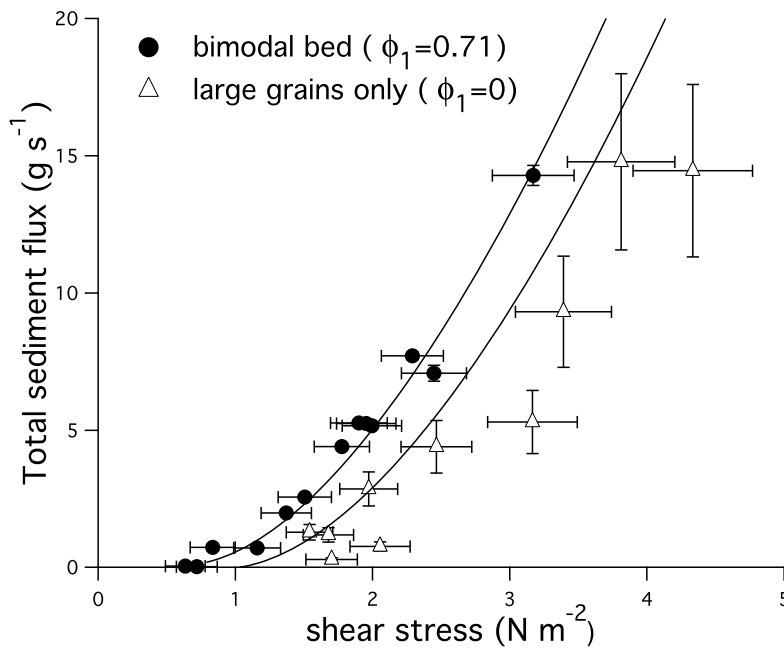


Figure 4. Total sediment flux (g s^{-1}) plotted as a function of the flow shear stress τ (N m^{-2}) for the experimental series 2 ($\phi_1 = 0.71$, solid circles) and 4 ($\phi_1 = 0$, open triangles). The solid lines correspond to the prediction of equation (23).

This result is consistent with the observations of *Lajeunesse et al.* [2010] who reported a similar linear relationship above a uniform sediment bed (see equation (9)), with a coefficient equal to 4.6 ± 0.2 . As a matter of fact, the measurements made by *Lajeunesse et al.* [2010] with uniform sediment beds of size 1.1 and 5.5 mm fall on the same trend (crosses on Figure 6).

3.3. Average Velocities

[32] As discussed in the experimental setup section, the average particle velocity of each size fraction, V_i , was estimated for each experimental run, either from a fit of the velocity distribution for the large particles or from the ratio of the sediment flux to the surface density of moving particles for the small ones. By analogy with *Lajeunesse et al.*

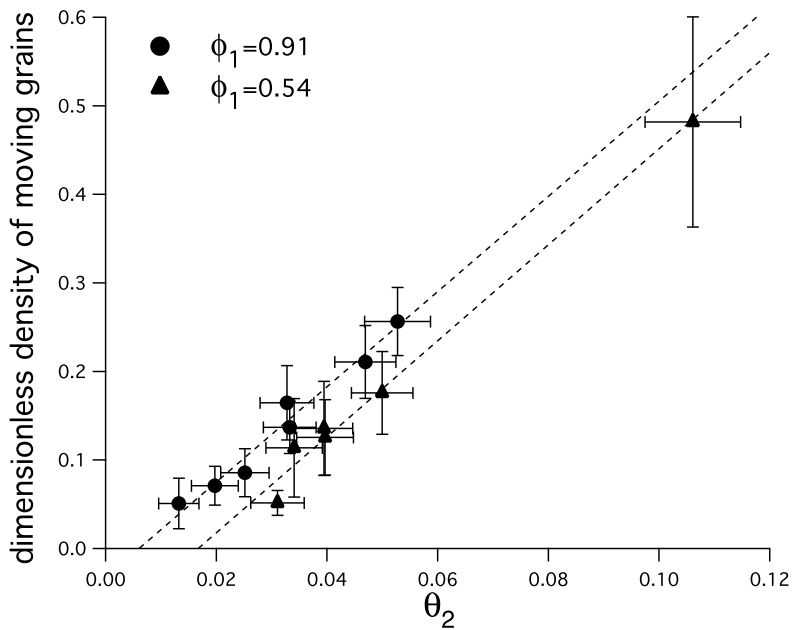


Figure 5. Dimensionless surface density of moving large particles, n_2^* , as a function of the Shields number, θ_2 , for $\phi_1 = 0.91$ (experimental series 1, circles) and $\phi_1 = 0.54$ (experimental series 3, triangles). The two dotted lines correspond to linear fits of the data.

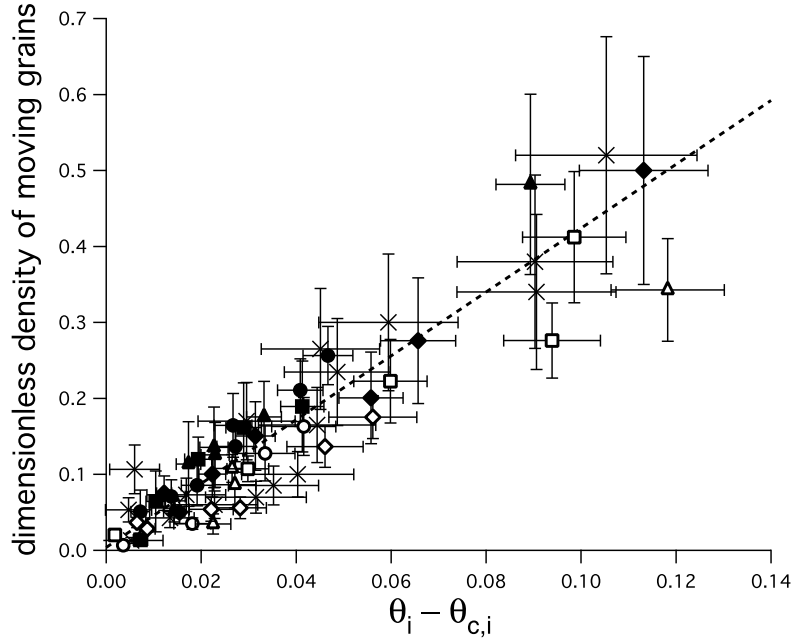


Figure 6. Dimensionless surface densities of moving grains n_i^* versus $(\theta_i - \theta_{c,i})$ for both grain sizes ($i = 1, 2$) and the 5 experimental series (see Table 2). Circles, squares and triangles correspond to the experimental series 1, 2 and 3, respectively, with solid symbols for large particles and open ones for small particles. Open and solid diamonds correspond to the series 0 ($\phi_1 = 1$) and 4 ($\phi_1 = 0$), respectively. The dotted line is a linear fit of our data. The data measured by *Lajeunesse et al.* [2010] with uniform sediment beds of size 1.1 and 5.5 mm are represented by crosses.

[2010], we normalize the average particle velocities of each fraction with respect to their characteristic settling velocity $V_{s,i} = \sqrt{RgD_i}$, thus introducing the dimensionless average particle velocity

$$V_i^* = \frac{V_i}{V_{s,i}}. \quad (17)$$

[33] As shown in Figure 7, the dimensionless particle velocities of both small and large grains converge onto a single line independent of the proportion of fine sediment, ϕ_1 , when plotted as a function of $(\theta_i^{1/2} - \theta_{c,i}^{1/2})$. Thus the particle velocity can be written

$$\frac{V_i - V_{c,i}}{V_{s,i}} = \beta(\theta_i^{1/2} - \theta_{c,i}^{1/2}), \quad V_{s,i} = \sqrt{RgD_i}, \quad (18)$$

where $V_{c,i}$ is the (non-zero) average particle velocity at the threshold. Fitting the data, the slope and the threshold velocity are found to be

$$\beta = 5.1 \pm 0.2, \quad V_{c,i}/V_{s,i} = 0.11 \pm 0.02 \quad (19)$$

[34] Again, we recover a result consistent with the measurements performed by *Lajeunesse et al.* [2010] who found a linear relationship (see equation (10)) above a uniform sediment bed. The slope coefficient reported by *Lajeunesse et al.* [2010], 4.4 ± 0.2 , is slightly smaller than the one measured in the present study. However, despite some

dispersion, the velocity measurements of *Lajeunesse et al.* [2010] (crosses on Figure 7) are compatible with our data. It is therefore difficult to assess whether this difference of slope coefficient is significant or due to experimental uncertainties.

[35] Finally, the above result suggests that the velocity is discontinuous at the threshold of sediment transport, particles moving there with a nonzero velocity V_c . As pointed out by *Lajeunesse et al.* [2010], this result is supported by the experimental observation that, close to the threshold, a particle, once dislodged from the sediment bed, does not stop immediately but may travel over some distance. It is also consistent with the hysteretic nature of the threshold of motion first evidenced by *Hjülstrom* [1935] and with observations of the motion of a single particle on a fixed bed by *Francis* [1973] and *Abbott and Francis* [1977].

4. Discussion

4.1. Summary of the Experimental Results

[36] To summarize, we have investigated bedload transport of a bimodal sediment bed, composed of a mixture of two populations of quartz grains of size $D_1 = 0.7$ and $D_2 = 2.2$ mm, respectively. The particles of both populations are entrained by a steady and uniform turbulent flow above a flat topography. In this equilibrium regime, the erosion and deposition rates balance each other. The granulometric composition of the bed is characterized by the surface fraction of small grains, ϕ_1 , defined as the fraction of the bed surface covered with grains of the population 1.

[37] Our experimental results show that:

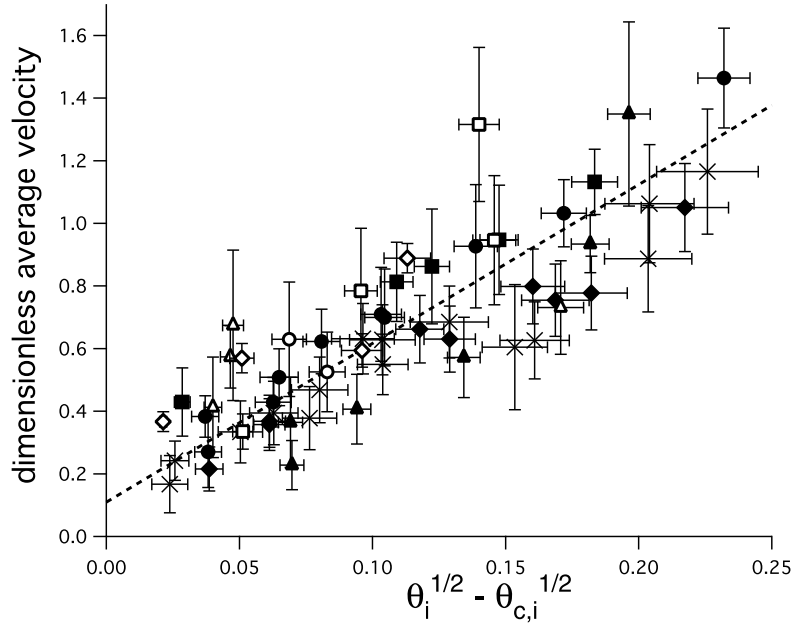


Figure 7. Average dimensionless velocities versus $(\theta_i^{1/2} - \theta_{c,i}^{1/2})$ for both grain sizes ($i = 1, 2$) and the 5 experimental series (see Table 2). Circles, squares and triangles correspond to the experimental series 1, 2 and 3, respectively, with solid symbols for large particles and open ones for small particles. Open and solid diamonds correspond to the series 0 ($\phi_1 = 1$) and 4 ($\phi_1 = 0$), respectively. The dotted line is the linear fit of all the experiments. The data measured by *Lajeunesse et al.* [2010] with uniform sediment beds of size 1.15 and 5.5 mm are represented by crosses.

[38] 1. Particles begin to move for Shields number larger than a threshold $\theta_{c,i}$, which was determined from the extrapolation to zero of the surface density of moving particles. This threshold differs from one population of grains to the other and decreases when the surface fraction of small grains increases (see Table 2).

[39] 2. Above the threshold Shields number, the dimensionless surface density of moving particles, n_i^* , increases linearly with $(\theta_i - \theta_{c,i})$ following equation (16) independent of the fraction of small grains (see Figure 6). This linear dependence is consistent with the measurements performed by *Lajeunesse et al.* [2010] who found a similar linear relationship (see equation (9)) above a uniform sediment bed, with a coefficient equal to 4.6 ± 0.2 . These experimental investigations demonstrate that the dimensionless number of particles in motion per unit surface is independent of both the grain size and the surface fraction of small particles, at least for the range of parameters explored.

[40] 3. The dimensionless average particle velocity increases linearly with $(\theta_i^{1/2} - \theta_{c,i}^{1/2})$ following equation (18) independent of the fraction of small grains (see Figure 7). The slope of the linear law and velocity at threshold are given by $\beta = 5.1 \pm 0.2$ and $V_{c,i}/V_{s,i} = 0.11 \pm 0.02$. Again, we recover a result consistent with the measurements performed by *Lajeunesse et al.* [2010] and no significant dependence is noted with both the grain size and the surface fraction of small particles, at least for the range of parameters explored. This velocity law fully agrees with *Lajeunesse et al.* [2010, equation (13)] which arises from a simple force balance. The value of the coefficient β is close to that of previous

investigations, which found β in the range 4.4–5.5 for an even larger range of grain sizes [*Nino and Garcia, 1994*].

4.2. Erosion-Deposition Model for a Bimodal Bed

[41] Our experimental observations suggest that the erosion-deposition model established by *Charru* [2006] and *Lajeunesse et al.* [2010] for a bed of uniform sediment can be generalized to the case of a bimodal one. These authors showed that the deposition rate scales as the surface density of moving particles divided by the time necessary for a particle to settle from a characteristic height equal to the grain size. Generalizing this argument to the case of a bimodal bed leads to

$$\dot{n}_{d,i} = \frac{1}{c_d} \frac{n_i}{D_i/V_{s,i}}, \quad V_{s,i} = \sqrt{RgD_i}, \quad (20)$$

where c_d is a dimensionless coefficient. Similarly, the erosion rate is proportional to the number of particles at repose per unit surface of the bed

$$\dot{n}_{e,i} = \frac{1}{c_e} \frac{\phi_i}{D_i^2} \frac{1}{t_{e,i}}, \quad (21)$$

where c_e is a dimensionless coefficient. The term $t_{e,i}$ is a typical hydrodynamic timescale which can be thought as the time needed for a particle at rest, submitted to the force exerted by the flow, to escape the small trough where it is trapped and reach some “escape velocity” of the order of the settling velocity [see *Lajeunesse et al.*, 2010, equation (12)].

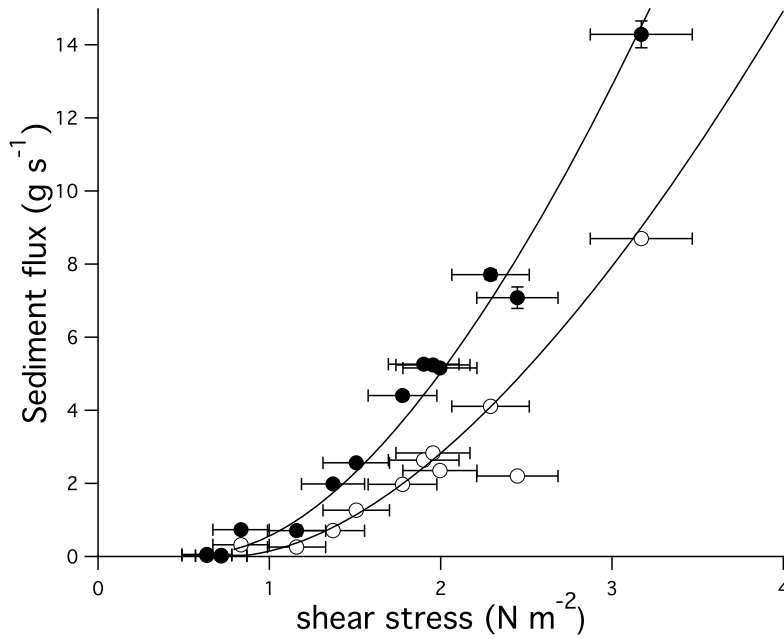


Figure 8. Transport rate (g s^{-1}) of all particles (solid circles) and of the small particles only (open circles) plotted as a function of the flow shear stress τ (N m^{-2}) for the experimental series 2 ($\phi_1 = 0.71$). Solid lines correspond to the predictions of equation (23).

[42] Our experiments were performed above a steady state flat topography. In this equilibrium regime, the erosion and deposition rates balance each other so that

$$\frac{n_i D_i^2}{\phi_i} = \frac{c_e}{c_d} \frac{\rho}{\rho_s} (\theta_i - \theta_{c,i}). \quad (22)$$

Equation (22) is consistent with the experimental relation (16), with $c_e/c_d \times \rho/\rho_s = 4.2 \pm 0.2$ which leads to $c_e/c_d = 11.1 \pm 0.5$. Note that this value of c_e/c_d is different from the one reported by Lajeunesse *et al.* [2010]. The contradiction is however only apparent. Indeed, Lajeunesse *et al.* [2010, equation 15] forgot the term ρ/ρ_s . As a result, the term ρ/ρ_s is included in their fitting coefficient c_e . This being taken into account, the values of c_e/c_d are identical.

[43] Finally, the sediment flux of each size fraction can be computed from (18) and (22)

$$\frac{q_{s,i}}{\sqrt{RgD_i^3}} = 56.6 \frac{\rho}{\rho_s} \phi_i (\theta_i - \theta_{c,i}) \left(\theta_i^{1/2} - \theta_{c,i}^{1/2} + 0.022 \right), \quad (23)$$

from which we deduce the total sediment flux per unit of width, $q_m = q_{s,1} + q_{s,2}$. The mass fluxes of small and large particles, and consequently the total sediment flux, calculated from (23) are consistent with the transport rate measurements performed with the scale as illustrated on Figures 4 and 8.

4.3. Variation of the Critical Shields Number With the Surface Fraction of Small Grains

[44] Our experimental results demonstrate that, once in motion, the grains obey similar equations whether the bed is made of uniform sediment or of a bimodal mixture: in both cases the surface density of moving particles increases linearly with the Shields number and the average velocity

increases linearly with the square root of the Shields number. The only difference evidenced by our experimental results concerns the value of the critical Shields number. Above a uniform sediment bed, the latter is uniquely determined from the particle Reynolds number through the Shields curve [Shields, 1936; Wiberg and Smith, 1987]. In the case of a bimodal bed, our experiments show that the critical Shields number for a given grain size depends also on the grain-size distribution at the bed surface as already observed in previous investigations [Wilcock, 1998]. This is illustrated in Figure 9 which displays the critical Shields numbers of both populations of grains, $\theta_{c,1}$ and $\theta_{c,2}$, as a function of the surface fraction of small grains, ϕ_1 . Two observations can be made: 1) the critical Shields number of the small grains is larger than that of the large grains, whatever the value of ϕ_1 ; 2) the critical Shields numbers of both grain populations decrease linearly with ϕ_1 .

[45] Despite a considerable amount of work partly summarized in the introduction, a mechanistic prediction of the critical Shields number of a sediment mixture remains an open problem which lies far beyond the scope of the present paper. Instead, we will now take advantage of the experimental observations to propose a simple statistical model that can describe the variation of the critical Shields numbers of the small and large grains composing a bimodal bed as a function of the surface fraction of small grains, ϕ_1 .

[46] Let us consider a test grain of size D_2 at rest on a bimodal sediment bed characterized by its surface fraction of fine sediment, ϕ_1 . Our test grain has a probability $\phi_2 = 1 - \phi_1$ to repose on grains of size D_2 . In that case, it is expected to start moving when the Shields number reaches a value $\theta_{c,2/2}$ equal to the critical Shields number for a bed composed exclusively of grains of size D_2 . The value of $\theta_{c,2/2}$ is deduced from the experimental series 4 performed with a

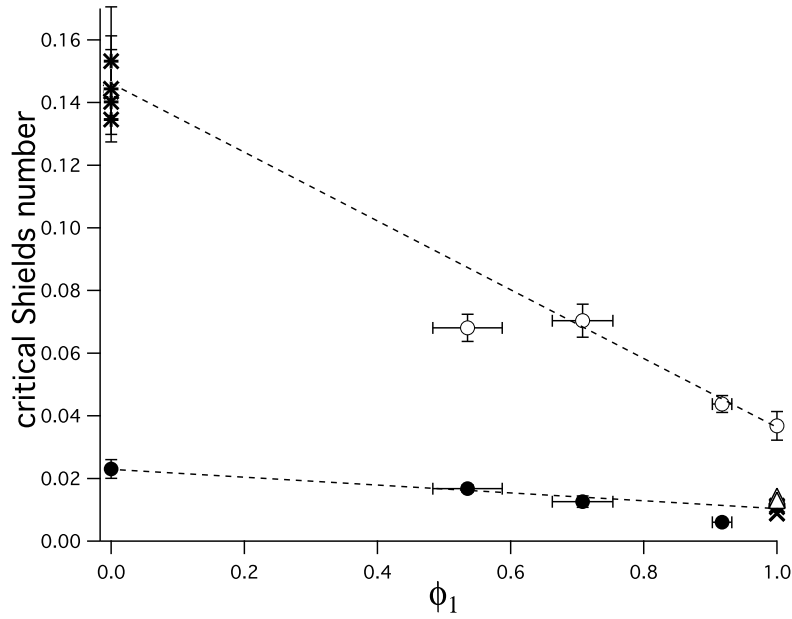


Figure 9. Critical Shields number of the small ($\theta_{c,1}$, open circles) and the large ($\theta_{c,2}$, solid circles) grains as a function of the surface fraction of small grains ϕ_1 on the bed. These critical Shields values and the corresponding error bars were obtained from a linear fit of the surface density of moving grains as discussed in section 3.2. Crosses and triangles correspond to measurements of the critical Shields number of a single large grain protruding above or partly buried in a bed of small grains, respectively. Stars correspond to measurements of the critical Shields number of a few small grains deposited on a bed of large grains. Dotted lines represent the equations (24) and (25).

bed of uniform sediment of size D_2 leading to $\theta_{c,2/2} = 0.023 \pm 0.003$.

[47] Our test grain has also a probability ϕ_1 to repose on grains of size D_1 . In that case, it is expected to start moving when the Shields number reaches a value $\theta_{c,2/1}$ similar to the critical Shields number of a grain of size D_2 which would be at repose on bed composed exclusively of grains of size D_1 . Consequently, on average, we expect that the critical Shields number of the large grains is

$$\theta_{c,2} = \phi_1 \theta_{c,2/1} + (1 - \phi_1) \theta_{c,2/2} = (\theta_{c,2/1} - \theta_{c,2/2}) \phi_1 + \theta_{c,2/2}. \quad (24)$$

[48] Equation (24) predicts a linear relationship between $\theta_{c,2}$ and ϕ_1 which is consistent with the data plotted on Figure 9. To further test this equation, we need to estimate the value of $\theta_{c,2/1}$. This was achieved by a series of specific experimental runs in which we prepared a sediment bed exclusively composed of small grains of size D_1 onto which we added a single large grain of size D_2 . The critical Shields number of the latter was determined by increasing slowly the flow discharge until it was carried away. We performed several runs using different large grains to account for the slight variations of shape and size. Some of the experimental runs were conducted with the large grain half-buried in the bed (triangles on Figure 9). In other experimental runs, the large grain was posed above the sediment bed so that it fully protruded (crosses on Figure 9). Both protocols led to quasi-identical values (see Figure 9) so that, on average, $\theta_{c,2/1} =$

0.011 ± 0.001 . As shown on Figure 9, the critical Shields number of the large grains calculated from equation (24) using the experimental measurements of $\theta_{c,2/1}$ and $\theta_{c,2/2}$, is consistent with our experimental data.

[49] A similar reasoning leads to the following expression for the critical Shields number of the small grains:

$$\theta_{c,1} = (\theta_{c,1/1} - \theta_{c,1/2}) \phi_1 + \theta_{c,1/2}. \quad (25)$$

where $\theta_{c,1/1}$ is the critical Shields number of a bed of uniform grain size D_1 and $\theta_{c,1/2}$ is the critical Shields number for a single small grain of size D_1 at repose on bed composed exclusively of large grains of size D_2 . The experimental series 0 performed with a bed of uniform sediment of size D_1 gives $\theta_{c,1/1} = 0.041 \pm 0.004$. As for $\theta_{c,1/2}$, it was estimated from specific experimental runs in which we deposited a few small grains of size D_1 onto a bed exclusively composed of large grains of size D_2 . The critical Shields number of these latter was determined by increasing slowly the flow discharge until they were carried away, leading to $\theta_{c,1/2} = 0.143 \pm 0.014$ (stars on Figure 9). The critical Shields number of the small grains calculated from equation (25) using the experimental measurements of $\theta_{c,1/1}$ and $\theta_{c,1/2}$ is plotted as a function of ϕ_1 on Figure 9. Again, the prediction of this very simple model is in good agreement with the experimental data.

[50] According to the model developed in this section, the critical Shields number of each of the two populations of grains forming a bimodal sediment bed is a linear combination of two asymptotic configurations: a first one where the grains have all the same size and a second one where a grain

of a given size rests on a bed exclusively composed of grains of the other size. Within the framework of this approach, complex hydrodynamics and granular effects (grain size, bed roughness, friction, lift and drag forces, etc.) are embedded in the values of the 4 coefficients $\theta_{c,1/1}$, $\theta_{c,1/2}$, $\theta_{c,2/1}$ and $\theta_{c,2/2}$.

5. Conclusion

[51] We have reported the results of an experimental investigation of bedload transport above a bimodal sediment bed, composed of a mixture of two populations of quartz grains of size $D_1 = 0.7$ and $D_2 = 2.2$ mm, respectively. The particles of both populations are entrained in a flume by a steady and uniform turbulent flow above a flat topography. In this equilibrium regime, the erosion and deposition rates balance each other. The granulometric composition of the bed is characterized by the surface fraction of small grains, ϕ_1 , defined as the fraction of the bed surface covered with grains of size D_1 . Using a high-speed video imaging system, we focus on the measurement of the average particle velocity and the surface density of moving particles, defined as the number of moving particles per unit surface of the bed. These two quantities are measured separately for each population of grains as a function of the dimensionless shear stress (or Shields number) and the fraction of the bed surface covered with small grains.

[52] Our experimental results show that the average velocity and the surface density of moving particles obey the same equations as those reported by Lajeunesse *et al.* [2010] for a bed of homogeneous grain size (see equations (16) and (18)). Once in motion, the grains follow therefore similar laws whether the bed is made of uniform sediment or of a bimodal mixture. The only difference evidenced by our experiments concerns the value of the critical Shields number. Above a uniform sediment bed, the latter depends on the particle Reynolds number through the Shields curve [Shields, 1936]. In the case of a bimodal bed, our experiments show that the critical Shields numbers of both grains populations decrease linearly with the surface fraction of small grains. We suggest that the critical Shields number of each of the two populations of grains forming a bimodal sediment bed is a linear combination of two asymptotic configurations: one in which the grains have all the same size and a second in which a grain of a given size rests on a bed exclusively composed of grains of the other size.

[53] Note that our results show that an addition of fine particles decreases the critical Shields number of the latter (see equation (25)) and therefore increases their transport rate. The case of large particles is however not so straightforward. Indeed, according to equation (24), an addition of fine particles decreases the critical Shields number of the large particles thus favoring their mobilization. In the meantime, increasing the proportion of fine particles in the sediment bed necessarily decreases the surface fraction of large particles and therefore decreases their mobilization rate as predicted from equation (23). The overall effect of an addition of fine sediments on the transport rate of large particles and, consequently, on the total sediment transport rate, depends on the balance between these two competing effects. According to equations (23), (24) and (25), several regimes are possible. A careful investigation of these regimes might help to better understand the increased mobilization of beds

by the addition of fines particles reported for example by Wilcock and Crowe [2003] and Venditti *et al.* [2010]. This is a work in progress.

[54] Finally, our experimental study suggests that the erosion-deposition model established by Lajeunesse *et al.* [2010] for a sediment bed of uniform grain size can be generalized to the case of a bimodal one, provided that the dependency of the critical Shields number with the surface fraction of small grains is taken into account. Further investigation should focus on the use of the bimodal erosion-deposition model for predicting bedforms and granulometric patch development in rivers.

[55] **Acknowledgments.** We thank Olivier Devauchelle for many fruitful discussions. We are grateful to H. Bouquerel, Y. Gamblin and A. Vieira for their technical assistance in realizing the experimental apparatus. We gratefully acknowledge support by the Agence Nationale de la Recherche through contract NANR-09-RISK-004 / GESTRANS. This is IPGP contribution 3326.

References

- Abbott, J., and J. Francis (1977), Saltation and suspension trajectories of solid grains in a water stream, *Philos. Trans. R. Soc. London A*, **248**, 225–254.
- Ancey, C. (2010), Stochastic modeling in sediment dynamics: Exner equation for planar bed incipient bed load transport conditions, *J. Geophys. Res.*, **115**, F00A11, doi:10.1029/2009JF001260.
- Ancey, C., A. Davison, T. Bohm, M. Jodeau, and P. Frey (2008), Entrainment and motion of coarse particles in a shallow water stream down a steep slope, *J. Fluid Mech.*, **595**, 83–114, doi:10.1017/S0022112007008774.
- Ashida, K., and M. Michiue (1973), Study on bed-load transport rate in open channel flows, paper presented at International Symposium on River Mechanics, Int. Assoc. Hydraul. Res., Bangkok.
- Buffington, J., W. Dietrich, and J. Kirchner (1992), Friction angle measurements on a naturally formed gravel streambed: Implications for critical boundary shear stress, *Water Resour. Res.*, **28**(2), 411–425.
- Charu, F. (2006), Selection of the ripple length on a granular bed sheared by a liquid flow, *Phys. Fluids*, **18**, 121508, doi:10.1063/1.2397005.
- Egiazaroff, I. (1965), Calculation of nonuniform sediment concentrations, *J. Hydraul. Div.*, **91**(4), 225–247.
- Einstein, H. A. (1937), Bed load transport as a probability problem, PhD thesis, Fed. Inst. Technol., Zurich, Switzerland. [English Translation, *Sedimentation Symposium in Honor Professor H. A. Einstein*, Hsieh Wen Shen, Fort Collins, Colo., 1972]
- Einstein, H. (1950), *The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows*, U.S. Dep. Agric., Washington, D. C.
- Fernandez-Luque, R., and R. Van Beek (1976), Erosion and transport of bed-load sediment, *J. Hydraul. Res.*, **14**, 127–144.
- Francis, J. (1973), Experiments on the motion of solitary grains along the bed of a water-stream, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **332**(1591), 443–471.
- Furbish, D. J., A. E. Ball, and M. W. Schmeeckle (2012a), A probabilistic description of the bed load sediment flux: 4. Fickian diffusion at low transport rates, *J. Geophys. Res.*, **117**, F03034, doi:10.1029/2012JF002356.
- Furbish, D. J., P. K. K. Haff, J. Roseberry, and M. Schmeeckle (2012b), A probabilistic description of the bed load sediment flux: 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, **117**, F03031, doi:10.1029/2012JF002352.
- Furbish, D. J., J. C. Roseberry, and M. W. Schmeeckle (2012c), A probabilistic description of the bed load sediment flux: 3. the particle velocity distribution and the diffusive flux, *J. Geophys. Res.*, **117**, F03033, doi:10.1029/2012JF002355.
- Ganti, V., A. Singh, P. Passalacqua, and E. Foufoula-Georgiou (2009), Subordinated brownian motion model for sediment transport, *Phys. Rev. E*, **80**(1), 011111, doi:10.1103/PhysRevE.80.011111.
- Hjülstrom, F. (1935), Studies of the morphological activity of rivers as illustrated by the river fyris, PhD thesis, Geol. Inst., Univ. Uppsala, Uppsala, Sweden.
- Kirchner, J., W. Dietrich, F. Iseya, and H. Ikeda (1990), The variability of critical shear stress, friction angle, and grain protrusion in water-worked sediments, *Sedimentology*, **37**(4), 647–672.
- Kuhnle, R., and J. Southard (1988), Bed load transport fluctuations in a gravel bed laboratory channel, *Water Resour. Res.*, **24**(2), 247–260.
- Lajeunesse, E., L. Malverti, and F. Charu (2010), Bedload transport in turbulent flow at the grain scale: Experiments and modeling, *J. Geophys. Res.*, **115**, F04001, doi:10.1029/2009JF001628.

- Lee, H., and I. Hsu (1994), Investigation saltating particle motions, *J. Hydraul. Eng.*, 120(7), 831–845.
- Liu, Y., F. Metivier, E. Lajeunesse, P. Lancien, C. Narteau, and P. Meunier (2008), Measuring bed load in gravel bed mountain rivers: Averaging methods and sampling strategies, *Geodyn. Acta*, 21, 81–92, doi:10.3166/ga.21.81–92.
- Meyer-Peter, E., and R. Müller (1948), Formulas for bed-load transport, paper presented at 2nd Congress, Int. Assoc. of Hydraul. Res., Stockholm.
- Nino, Y., and M. Garcia (1994), Gravel saltation: 1. Experiments, *Water Resour. Res.*, 30(6), 1907–1914.
- Parker, G. (1990), Surface-based bedload transport relation for gravel rivers, *J. Hydraul. Res.*, 28(4), 417–436.
- Parker, G. (2008), Transport of gravel and sediment mixtures, in *Sedimentation Engineering: Theories, Measurements, Modeling, and Practice*, ASCE Manuals Rep. Eng. Pract., vol. 110, pp. 165–252, Am. Soc. Civ. Eng., Reston, Va.
- Parker, G., P. Klingeman, and D. McLean (1982), Bedload and size distribution in paved gravel-bed streams, *J. Hydraul. Div.*, 108(4), 544–571.
- Powell, D., I. Reid, and J. Laronne (2001), Evolution of bed load grain size distribution with increasing flow strength and the effect of flow duration on the caliber of bed load sediment yield in ephemeral gravel bed rivers, *Water Resour. Res.*, 37(5), 1463–1474.
- Powell, D., J. Laronne, and I. Reid (2003), The dynamics of bedload sediment transport in low-order, upland, ephemeral gravel-bed rivers, *Adv. Environ. Monit. Modell.*, 1(2), 1–27.
- Roseberry, J. C., M. W. Schmeeckle, and D. J. Furbish (2012), A probabilistic description of the bed load sediment flux: 2. particle activity and motions, *J. Geophys. Res.*, 117, F03032, doi:10.1029/2012JF002353.
- Shields, I. (1936), *Anwendung der aehnlichkeitmechanik und der turbulenzforschung auf die geschiebebewegung*, 26 pp., Triltsch and Huther, Berlin.
- Venditti, J., W. Dietrich, P. Nelson, M. Wydzga, J. Fadde, and L. Sklar (2010), Effect of sediment pulse grain size on sediment transport rates and bed mobility in gravel bed rivers, *J. Geophys. Res.*, 115, F03039 doi:10.1029/2009JF001418.
- Wiberg, P., and J. Smith (1987), Calculations of the critical shear stress for motion of uniform and heterogeneous sediments, *Water Resour. Res.*, 23(8), 1471–1480.
- Wilcock, P. R. (1988), Methods for estimating the critical shear stress of individual fractions in mixed-size sediment, *Water Resour. Res.*, 24(7), 1127–1135.
- Wilcock, P. R. (1993), The critical shear stress of natural sediments, *J. Hydraul. Eng.*, 119(4), 491–505.
- Wilcock, P. R. (1998), Two-fraction model of initial sediment motion in gravel bed rivers, *Science*, 280, 410–412.
- Wilcock, P. R. (2001), Toward a practical method for estimating sediment-transport rates in gravel-bed rivers, *Earth Surf. Processes Landforms*, 26(13), 1395–1408, doi:10.1002/esp.301.
- Wilcock, P. R., and J. C. Crowe (2003), Surface-based transport model for mixed-size sediment, *J. Hydraul. Eng.*, 129(5), 120–128.
- Wilcock, P. R., and S. Kenworthy (2002), A two-fraction model for the transport of sand/gravel mixtures, *Water Resour. Res.*, 38(10), 1194, doi:10.1029/2001WR000684.

Bibliographie

- Abbott, J., and J. Francis, Saltation and suspension trajectories of solid grains in a water stream, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 248, 225–254, 1977.
- Aberle, J., and V. Nikora, Statistical properties of armored gravel bed surfaces, *Water Resour. Res.*, 42, doi :10.1029/2005WR004674, 2006.
- Agudo, J. R., and A. Wierschem, Incipient motion of a single particle on regular substrates in laminar shear flow, *Phys. of Fluids*, 24, doi : 10.1063/1.4753,941, 2012.
- Allen, P., *Earth Surface Processes*, Blackwell Science, 1997.
- Andreotti, B., P. Claudin, and S. Douady, Selection of dune shapes and velocities. part 2 : A two-dimensional modelling, *Eur. Phys. J. B*, 28, 2002.
- Andreotti, B., Y. Forterre, and O. Pouliquen, *Les milieux granulaires. Entre fluide et solide.*, 2011.
- Armitage, J. J., R. A. Duller, A. C. Whittaker, and P. A. Allen, Transformation of tectonic and climatic signals from source to sedimentary archive, *Nature Geoscience*, 4 , doi :10.1038/NGEO1087, 2011.
- Ashida, K., and M. Michiue, Studies on bed-load transport rate in open channel flows, in *IAHR Int. Symp. River Mech., Bangkok*, 1,, pp. 407–417, 1973.
- Ashworth, P. J., R. I. Ferguson, P. E. Ashmore, C. Paola, D. M. Powell, and K. L. Prestegard, Measurements in a braided river chute and lobe : 2. sorting of bed load during entrainment, transport, and deposition, *Water Resour. Res.*, 28(7), 1887–1992, doi :10.1029/92WR00,702, 1992.
- Bagnold, R., The nature of saltation and of bedload transport in water, *Proc. R. Soc. Lond., A* 332, 473–504, 1973.

- Bagnold, R., An empirical correlation of bedload transport rate in flumes and natural rivers, *Proc. R. Soc. Lond., A* 372, 453–473, 1980.
- Batchelor, G. K., *An Introduction to Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 2001.
- Brownlie, W., Compilation of alluvial channel data : laboratory and field, *Tech. rep.*, W.M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, Division of Engineering and Applied Sciences, California Institute of Technology, 1981.
- Buffington, J., and D. Montgomery, A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers, *Water Resources Research*, 33(8), 1993–2029, 1997.
- Burtin, A., R. Cattin, L. Bollinger, J. Vergne, P. Steer, A. Robert, N. Findling, and C. Tiberi, Towards the hydrologic and bed load monitoring from high-frequency seismic noise in a braided river : The “torrent de st pierre”, french alps, *J. of Hydrology*, 408, 43–53, doi :10.1016/j.jhydrol.2011.07.014, 2011.
- Charru, F., Selection of the ripple length on a granular bed sheared by a liquid flow, *Phys. Fluids*, 18, 121,508–1–121,508–9, 2006.
- Charru, F., H. Mouilleron, and O. Eiff, Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow, *Journal of Fluid Mech.*, 519, 55–80, 2004.
- Chauvet, H., O. Devauchelle, F. Metivier, E. Lajeunesse, and A. Limare, Field evidence of momentum transfer by secondary currents in rivers., *Physics of Fluids*, Under Review.
- Church, M., M. D.G., and W. J.F., *River Bed Gravels : Sampling and Analysis.*, pp. 43-88, Sediments transport in Gravel Bed Rivers (Eds C.R. Thorne, J.C. Bathurst and R.D. Hey), 1987.
- Cumberland, R., D.J.; Crawford, *The packing of particles*, Elsevier Science Pub. Co. Inc., New York, NY, 1987.
- Dadson, S. J., et al., Links between erosion, runoff variability and seismicity in the taiwan orogen, *Nature*, 426, 2003.
- Devauchelle, O., L. Malverti, E. Lajeunesse, C. Josserand, P. Lagree, and F. Métivier, Rhomboid beach pattern : a benchmark for shallow water geomorphology, *J. Geophys. Res. Earth Surface*, 2010.

- Dietrich, W., D. Bellugi, L. Sklar, J. Stock, A. Heimsath, and J. Roering, Geomorphic transport laws for predicting landscape form and dynamics, in *Prediction in geomorphology*, edited by P. Wilcox and R. Iverson, pp. 103–132, American Geophysical Union, 2003.
- Diplas, P., R. Kuhnle, J. Gray, D. Glysson, and T. Edwards, *Sediment transport measurements. In Sedimentation Engineering : Theories, Measurements, Modeling, and Practice. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice No. 110, Reston, VA ; 165-252*, American Society of Civil Engineers, 2008.
- Durán, O., B. Andreotti, and P. Claudin, Numerical simulation of turbulent sediment transport, from bed load to saltation, *Phys. of Fluids*, 24, 2012.
- Egiazaroff, I., Calculation of nonuniform sediment concentrations, *J. Hydr. Div*, 91(4), 225–247, 1965.
- E.Mignot, E. Barthelemy, and D. Hurther, Double-averaging analysis and local flow characterization of near-bed turbulence in gravel-bed channel flows, *J. Fluid Mech.*, 618, doi :10.1017/S0022112008004643, 2008.
- Fenton, J. D., and J. E. Abbott, Initial movement of grains on a stream bed : the effect of relative protrusion, *Proc. R. Soc. Lond.*, A(352), 1977.
- Ferguson, R. I., D. J. Bloomer, T. B. Hoey, and A. Werritty, Mobility of river tracer pebbles over different timescales, *Water Resour. Res.*, 38(5, doi : 10.1029/2001WR000254), 2002.
- Fourriere, A., P. Claudin, and B. Andreotti, Bedforms in a turbulent stream : formation of ripples by primary linear instability and of dunes by nonlinear pattern coarsening, *J. Fluid Mech.*, p. doi :10.1017/S0022112009993466, 2010.
- Francis, J., Experiments on the motion of solitary grains along the bed of a water-stream, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 332(1591), 443–471, 1973.
- Gardner, J. T., and P. E. Ashmore, Geometry and grain-size characteristics of the basal surface of a braided river deposit, *Geology*, 39, doi : 10.1130/G31639.1, 2011.
- Gomez, B., and M. Church, An assessment of bed load sediment transport formulae for gravel bed rivers, *Water Resour. Res.*, 25, 1161–1186, 1989.

- Guerit, L., et al., The grain-size patchiness of braided gravel-bed streams : Example of the urumqi river (northeast tian shan, china), *Sedimentology*, Under review.
- Guyon, E., J. Hulin, and L. Petit, *Hydrodynamique physique*, EDP Sciences/CNRS Editions, 2001.
- Hodge, R. A., T. B. Hoey, and L. S. Sklar, Bed load transport in bedrock rivers : The role of sediment cover in grain entrainment, translation, and deposition, *J. Geophys. Res.*, *116*, doi :10.1029/2011JF002032, 2011.
- Iverson, R., and J. Vallance, New views on granular mass flows, *Geology*, *29*, 115–118, 2001.
- Kellerhalls, R., and D. Bray, Sampling procedures for coarse fluvial sediments, *Journal of the Hydraulics Division ASCE*, *97*, 1165–1180, 1971.
- Keulegan, G., Laws of turbulent flow in open channels, *Tech. rep.*, National Bureau of Standards Research Paper RP 1151, USA, 1938.
- Kondolf, G., T. L.E., and W. G.M., *Bed Sediment Measurement*, pp. 345-395, wiley ed., Tools in fluvial geomorphology (Eds G.M. Kondolf and H. Piegay.), 2002.
- Lajeunesse, E., L. Malverti, and F. Charru, Bedload transport in turbulent flow at the grain scale : experiments and modeling, *J. Geophys. Res. Earth Surface*, *115*, F04,001 doi :10.1029/2009JF001,628, 2010.
- Lajeunesse, E., O. Devauchelle, M. Houssais, and G. Seizille, Advection and exchange in bedload transport, in *Saladyn2012*, 2012.
- Lamb, M., W. Dietrich, and J. Venditti, Is the critical shields stress for incipient sediment motion dependent on channel-bed slope?, *J. Geophys. Res.*, *113*, F02,008, doi :10.1029/2007JF000,831., 2008.
- Lee, H., and S. Balachandar, Critical shear stress for incipient motion of a particle on a rough bed, *J. Geophys. Res.*, *117*, doi :10.1029/2011JF002,208, 2012.
- Lee, H., and I. Hsu, Investigation saltating particle motions, *Journal of Hydraulic Engineering*, *120*(7), 831–845, 1994.
- Martino, R., A. Paterson, and M. Piva, Onset of motion of a partly hidden cylinder in a laminar shear flow, *Phys. Rev. E*, *79*, 036,315, doi :10.1103/PhysRevE.79.036315, 2009.

- Meunier, P., F. Metivier, E. Lajeunesse, A. S. Meriaux, and J. Faure, Flow pattern and sediment transport in a braided river : The "torrent de st pierre" (french alps), *Journal of Hydrology*, 330(3-4), 496–505, 2006.
- Meyer-Peter, E., and R. Müller, Formulas for bed-load transport, in *Proceedings, 2nd Congress, International Association of Hydraulic Research*, edited by S. Stockholm, pp. 39–64, 1948.
- Miller, R. L., and R. J. Byrne, The angle of repose for a single grain on a fixed rough bed, *Sedimentology*, 6(4), 303–314. doi : 10.1111/j.1365–3091.1966.tb01,897.x, 1966.
- Nikuradse, J., Strömungsgestze in rauhen rohren, *Ver. Deut. Ing.*, 1933.
- Nino, Y., and M. Garcia, Gravel saltation. part i : Experiments, *Water Resources Research*, 30(6), 1907–1914, 1994.
- Paola, C., P. Hellert, and C. Angevine, The large-scale dynamics of grain-size variation in alluvial basins, 1 : theory, *Basin Research*, 4, 73–90, 1992.
- Parker, G., Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. part 2. the gravel river, *J. Fluid Mech.*, 89, 127–146, 1978.
- Parker, G., Surface-based bedload transport relation for gravel rivers, *Journal of Hydraulic Research JHYRAF*, 28(4), 1990.
- Parker, G., Selective sorting and abrasion of river gravel. ii : Applications, *Journal of Hydraulic Engineering*, 117, 150–171, 1991.
- Parker, G., *Transport of gravel and sediment mixtures. In Sedimentation Engineering : Theories, Measurements, Modeling, and Practice. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice No. 110, Reston, VA ; 165-252*, American Society of Civil Engineers, 2008.
- Parker, G., P. Klingeman, and D. McLean, Bedload and size distribution in paved gravel bed streams, *Proceedings of the American Association of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division*, 108, 544–571, 1982.
- Patel, V., Calibration of the preston tube and limitations on its use in pressure gradients, *Journal of Fluid Mechanics*, 23, 185–208, 1965.
- Pouliquen, O., and J. Vallance, Segregation induced instabilities of granular fronts, *Chaos*, 9(3), 621–630, 1999.

- Powell, D., I. Reid, and J. Laronne, Evolution of bed load grain size distribution with increasing flow strength and the effect of flow duration on the caliber of bed load sediment yield in ephemeral gravel bed rivers, *Water Resources Research*, 37(5), 1463–1474, 2001.
- Powell, D., J. Laronne, and I. Reid, The dynamics of bedload sediment transport in low-order, upland, ephemeral gravel-bed rivers, *Advances in Environmental Monitoring and Modelling*, 1(2), 1–27, 2003.
- Recking, A., P. Frey, A. Paquier, P. Belleudy, and J. Y. Champagne, Feedback between bed load transport and flow resistance in gravel and cobble bed rivers, *Water Resources Research*, 44, 2008.
- Shields, I., Anwendung der ahnlichkeitmechanik und der turbulenzforschung auf die gescheibebewegung, *Mitt. Preuss Ver.-Anst.*, 26, 1936.
- Smart, J., J. Aberle, M. Duncana, and J. Walsh, Measurement and analysis of alluvial bed roughness, *J. of Hydraulic Research*, 42, doi : 10.1080/00221686.2004.9728388, 2004.
- Thomas, N., Reverse and intermediate segregation of large beads in dry granular media, *Phys. Rev. E*, 62(1), 961–974, 2000.
- Tritton, D. J., *Physical fluid dynamics*, Oxford, Clarendon Press, 1988.
- Turowski, J. M., D. Rickenmann, and S. J. Dadson, The partitioning of the total sediment load of a river into suspended load and bedload : a review of empirical data, *Sedimentology*, 2010.
- Wiberg, P. L., and J. D. Smith, Calculation of the critical shear stress for motion of uniform and heterogeneous sediments, *Water Resour. Res.*, 23(8), 1471–1480, 1987.
- Wilcock, P. R., Methods for estimating the critical shear stress of individual fractions in mixed-size sediment, *Water Resour. Res.*, 24(7), 1127–1135, 1988.
- Wilcock, P. R., and J. C. Crowe, Surface-based transport model for mixed-size sediment, *J. of Hydraulic Engineering*, pp. 120–128, 2003.
- Wilcock, P. R., and S. Kenworthy, A two-fraction model for the transport of sand/gravel mixtures, *Water Resour. Res.*, 38(10), 1194, doi :10.1029/2001WR000684, 2002.
- Wolman, M. G., A method of sampling coarse river-bed material, *Trans. Am. Geophys. Union*, 35, 951–956, 1954.

- Wright, S., and G. Parker, Modeling downstream fining in sand-bed rivers. i : formulation, *J. of Hydraulic Research*, 43(6), 612–619, 2005.
- Zeng, L., F. Najjar, S. Balachandar, and P. Fischer, Forces on a finite-sized particle located close to a wall in a linear shear flow, *Phys. of Fluids*, 21, doi : 10.1063/1.3082,232, 2009.

